APPRENEZ L'ELECTRONIQUE SUR AMSTRAD

Pierre BEAUFILS
et
Bernard DESPERRIER

SORACOM éditions
INFORMATIQUE

AMSTRAD AMSTRAD AMSTRAD AMSTRAD AMSTRAD AMSTRAD AMSTRAD AMSTRAD AMSTRAD AMSTRAD AMSTRAD

APPRENEZ L'ELECTRONIQUE SUR AMSTRAD

APPRENEZ L'ELECTRONIQUE SUR AMSTRAD

Pierre BEAUFILS
et
Bernard DESPERRIER

SORACOM éditions
INFORMATIQUE

INTRODUCTION

Ce livre couvre l'étude des principales fonctions de l'électronique. Les programmes présentés ont tous été longuement testés et vérifiés. Certains d'entre eux ont un aspect pédagogique ; d'autres permettent l'étude systématique de phénomènes fondamentaux : régimes transitoires de circuits, réponses de filtre. Enfin, dernier aspect, le programme sur les boucles à verrouillage de phase constitue une introduction à la simulation numérique de systèmes non linéaires : étude passionnante, éliminant la complexité mathématique du problème. Nous pensons que le lecteur pourra aisément modifier tous les programmes proposés pour les adapter à ses besoins et à d'autres phénomènes. Les algorithmes employés, souvent très simples, sont toujours décrits avec précision. Ils ne doivent pas être considérés comme des "modèles" parfaits, mais plus simplement comme des guides de travail. Dans un souci pédagogique, ils sont toujours exploités de façon très claire.

Le livre se divise en sept parties. La première partie aborde les filtres passifs ayant pour dénominateur commun le filtre LC "bouchon" ou résonnant (du 2e ordre) : circuits décalés, circuits couplés,... circuits pour lesquels une étude mathématique directe est d'une complexité désarmante.
La seconde partie s'intéresse au théorème de Fourier et à ses applications. Il est d'abord proposé une visualisation des formes d'onde de signaux électroniques classiques obtenues à l'aide d'un nombre de plus en plus grand d'harmoniques. Les applications du théorème sont ensuite exposées. Enfin, une méthode rapide de calcul des coefficients d'une série de Fourier est proposée sur un exemple. La troisième partie propose l'étude des régimes transitoires des circuits les plus courants du premier et deuxième ordre.
La quatrième partie aborde le filtrage ; filtrage du deuxième ordre, très classique, puis filtrage d'ordre plus élevé (jusqu'au 5e ordre).
La cinquième partie est consacrée, dans un premier temps, à la recherche d'un "modèle" de la diode à jonction, tenant compte de certaines de ses imperfections. Quelques circuits à diode sont ensuite décrits (détection, redressement). Dans un second temps (détection synchrone), il est montré que trois dessins valent mieux qu'une longue formule...

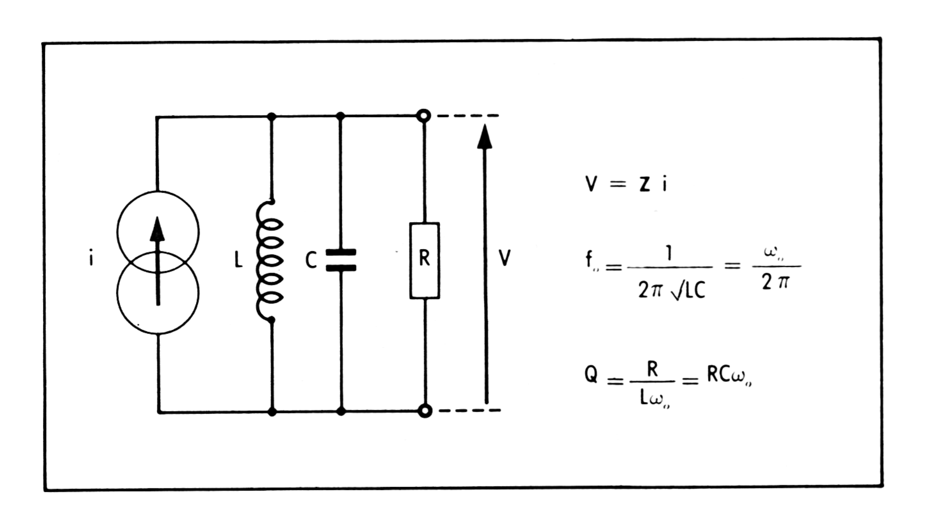
La sixième partie est en fait une longue introduction à l'étude des boucles à verrouillage de phase, composants essentiels dans les problèmes de communication moderne, mais d'une complexité d'étude sans égal. Il est montré qu'une simulation numérique résoud bien des problèmes.

Chapitre I

RÉSONANCE

CIRCUIT RÉSONNANT LC PARALLÈLE

Ce circuit est extrêmement répandu en électronique. Il est à la base de la sélectivité des récepteurs radio. Son étude mathématique est simple. Nous nous intéressons aux courbes donnant le module et la phase de sa transmittance. Les définitions à ce circuit sont les suivantes :



On a : $Z = \dfrac{R}{1 + jQ(x - 1/x)}$ avec $x = F/Fo$

On a aussi : $\varphi = -\text{Arc tg } Q(x - 1/x)$.

Nous proposons de tracer les deux courbes relatives à ces grandeurs en fonction de x. Nous normaliserons Z (en le divisant par R).
L'échelle sur l'axe des fréquences est linéaire : nous la graduerons de $x = 0,5$ à 1,5. Il est possible d'étudier plus finement ces fonctions en réduisant cet intervalle.

LE PROGRAMME

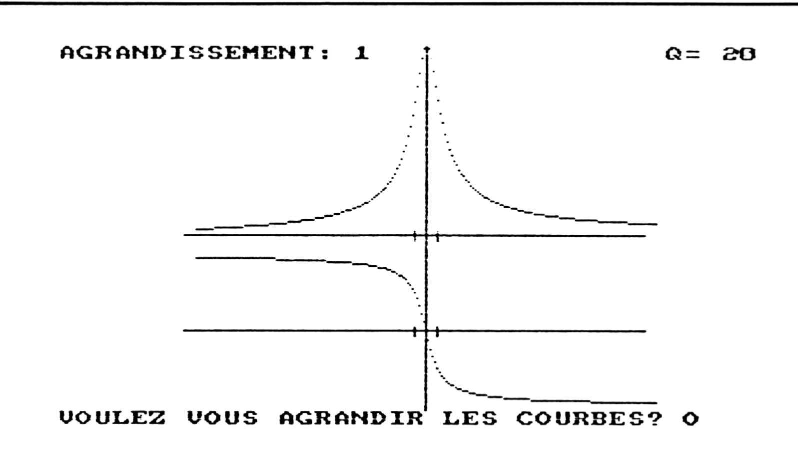
Lignes 60 à 120 : initialisation des variables.
Lignes 130 à 180 : tracé des courbes sur l'écran.
Sous-programme 210 à 290 : tracé des axes.
Lignes 300 à 350 : choix de l'agrandissement des courbes.

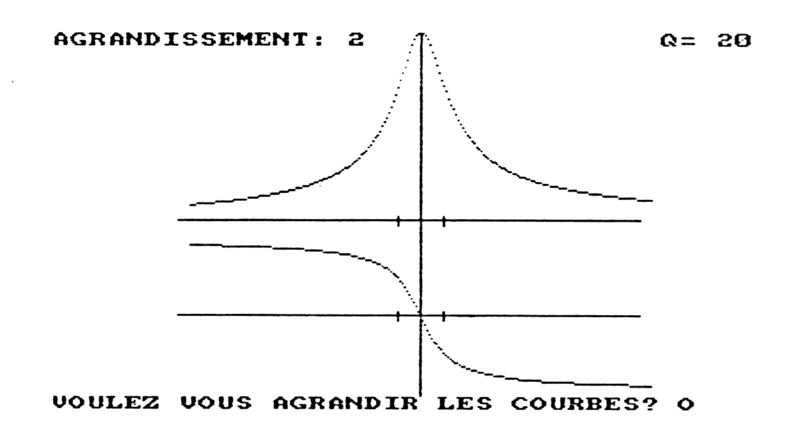
LES VARIABLES

Q : coefficient de qualité du circuit étudié (ici, $Q = 20$).
x : variable réduite de la fréquence ; $x = f/fo$. Dans cet exemple, x varie de 0,5 à 1,5.
Z : module de la transmittance.
P : phase de la transmittance.
U : variable de la position horizontale.
A : facteur de l'échelle, valant successivement 1, 2, 4, 8,...

DÉROULEMENT DU PROGRAMME

L'utilisateur doit d'abord donner la valeur du coefficient de qualité Q de son circuit. Les courbes donnant le moule (en haut de l'écran) et de l'argument (en bas) sont ensuite tracées. L'intervalle étudié va de 0,5 fo à 1,5 fo. Deux petits traits, sur l'axe horizontal, rappellent les positions théoriques des extrémités de la bande passante ; ils sont donc situés à $\pm fo/2Q$ de l'axe vertical. La valeur maximale de (Z) est 1 ; la phase varie de $+\pi/2$ à $-\pi/2$.
Un INPUT permet de poursuivre le programme. Il est maintenant possible d'agrandir les courbes par un effet de loupe.
En répondant "O" à la question posée, un nouveau tracé de courbes va se produire, mais avec un agrandissement égal à un facteur 2. On obtiendra ainsi successivement 2, puis 4, puis 8 comme facteurs d'échelle.



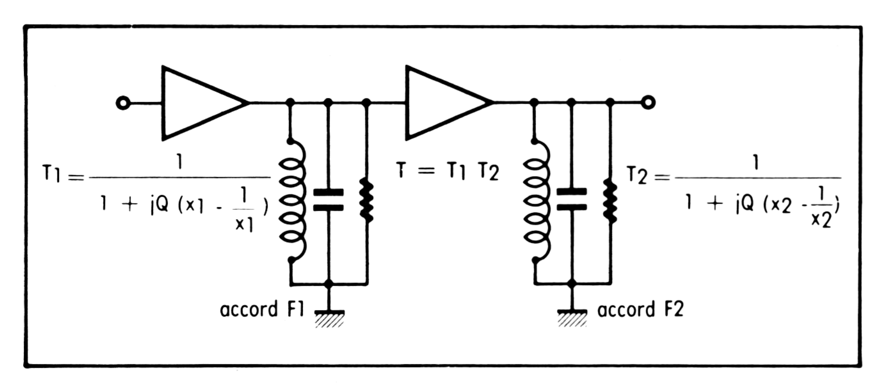



```
10 REM ********************
20 REM *                  *
30 REM * CIRCUIT RESONANT *
40 REM *               *
50 REM ********************
70 CLS
80 INPUT "Valeur de Q=";Q
90 A=1
100 CLS
110 U=10
120 GOSUB 210
130 X1=1-0.5/A:X2=1+0.5/A
140 FOR X=X1 TO X2 STEP 0.005/A
```

```
150 Z=1/(1+(Q*(X-1/X))^2)^0.5
160 P=ATN(Q*(X-1/X))
170 PLOT 2*U,200+200*Z:PLOT 2*U,100+50*P
180 U=U+1:NEXT X
200 GOTO 300
210 REM AXES
220 PLOT 20,200:DRAWR 420,0
230 PLOT 20,100:DRAWR 420,0
240 PLOT 220,10:DRAWR 0,390
250 PLOT 220+(A*200/Q),195:DRAWR 0,10
260 PLOT 220-(A*200/Q),195:DRAWR 0,10
270 PLOT 220-(A*200/Q),95:DRAWR 0,10
280 PLOT 220+(A*200/Q),95:DRAWR 0,10
290 RETURN
300 REM AGRANDISSEMENT
310 LOCATE 20,1:PRINT "VOULEZ VOUS AGRANDIR":LOCATE 20,2:INPUT "LES CO
URBES (O/N)";A$
320 IF A$="O" THEN A=A*2 ELSE END
330 GOTO 100
```

CIRCUITS DÉCALÉS

Le circuit résonnant LC a un accord pointu. Il est intéressant pour sélectionner une fréquence parmi d'autres. Pour certaines applications, de type passe bande, il a une courbe de réponse trop aiguë et les flancs pas assez raides. Il est alors posible d'utiliser deux circuits résonnants en cascade, à fréquences d'accord différentes, pour obtenir ce genre de gabarits.
Dans ce cas, la transmittance globale au produit des transmittances correspondant à chacun des deux circuits (dont nous supposons les coefficients de qualité Q identiques).



En appelant X1 = f/f1 et X2 = f/f2 avec f1 et f2 pour fréquences de résonance.
Nous poserons, pour simplifier :
X1 = X(1 + N) et X2 = X(1 − N) ; X reste donc la variable réduite de la fréquence. Nous décalerons les deux circuits concernés de part et d'autre de fo, leurs fréquences de résonance respectives étant alors : F1 = Fo/(1 + N) # # Fo(1 − N) et F2 = Fo/(1 − N) # # Fo(1 + N) car N est petit.
En faisant varier N, nous "écartons" les deux courbes de façon symétrique par rapport à Fo.
Des programmes complémentaires montrent d'une part, comment se construit T à partir de T1 et de T2 et d'autre part, comment varie l'argument de T (de + 180° à − 180°) en fonction de la fréquence. On pourrait en déduire la variation du temps de retard de groupe du montage.

LE PROGRAMME

Lignes 70 à 110 : initialisation du problème.
Lignes 120 à 240 : tracé des courbes correspondant à diverses valeurs de N ; 0 ; 0,005 ; 0,010 ; ... ; 0,025.

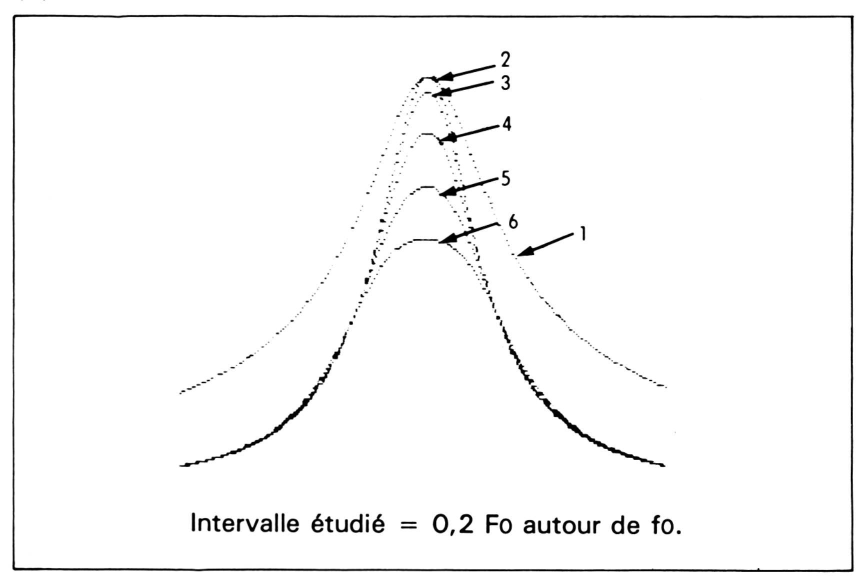
Lignes 250 à 310 : tracé de la courbe correspondant à un circuit résonnant seul de mêmes caractéristiques : Fo, Q.
Lignes 340 à 380 : possibilité d'agrandissement des courbes.
Lignes 390 à 440 : dessin des axes.

LES VARIABLES

N	: variable correspondant à l'écart entre les fréquences d'accord des deux circuits. Cet écart vaut 2Nfo.
Q	: facteur de qualité des deux circuits.
X, X1, X2	: variables réduites de la fréquence ($X=f/f_0$; $X1=f/f_1$; $X2=f/f_2$).
T1 et T2	: modules des transmittances de chacun des deux circuits.
T	: module de la transmittance obtenue en mettant en cascade les deux circuits résonnants décalés. On a évidemment T=T1 T2.
U	: variable de position horizontale sur l'écran.
P, P1, P2	: déphasages introduits par chacun des circuits concernés.
A	: facteur d'agrandissement des courbes.

DÉROULEMENT DU PROGRAMME

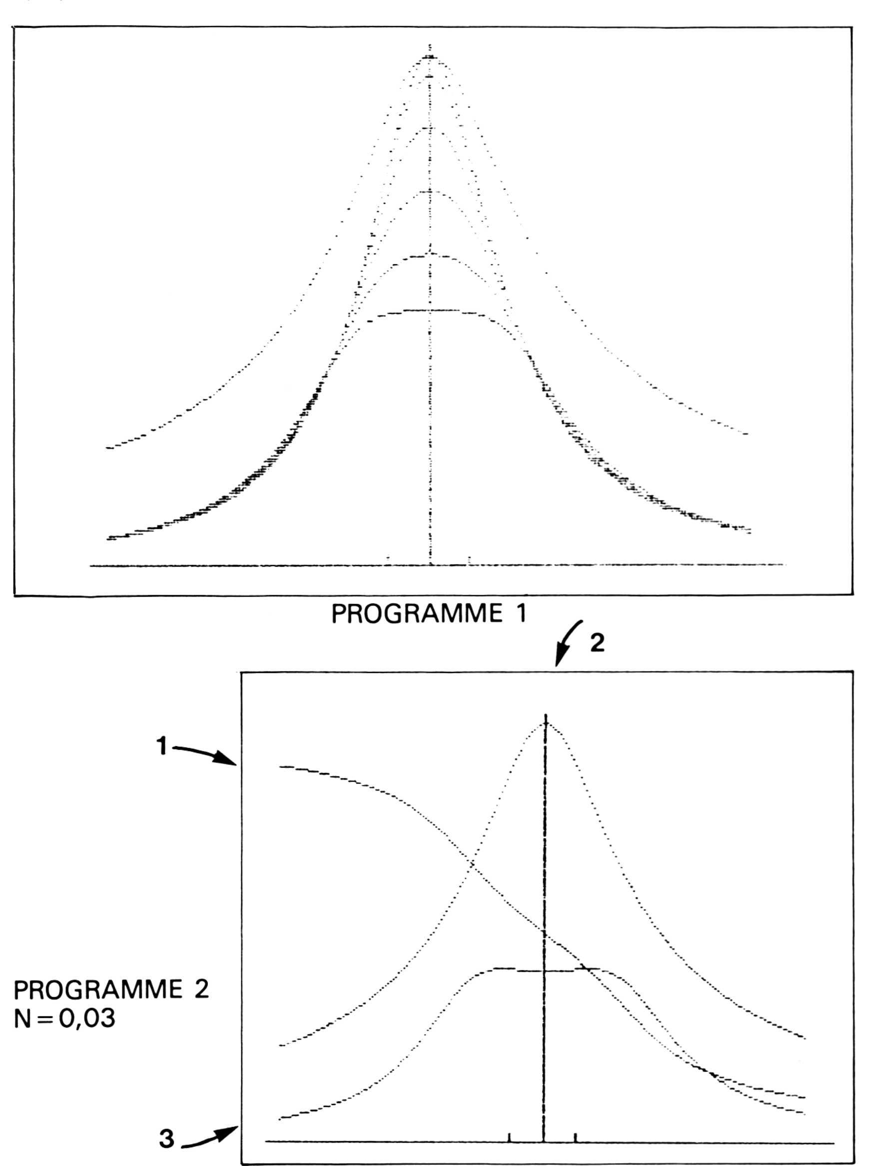
Il est identique à celui du programme : CIRCUIT RESONNANT LC PARALLELE.
Les 3 variantes (programmes 1 à 3) permettent d'étudier les courbes de réponse (1), la phase (2), la construction des courbes de réponse (3).

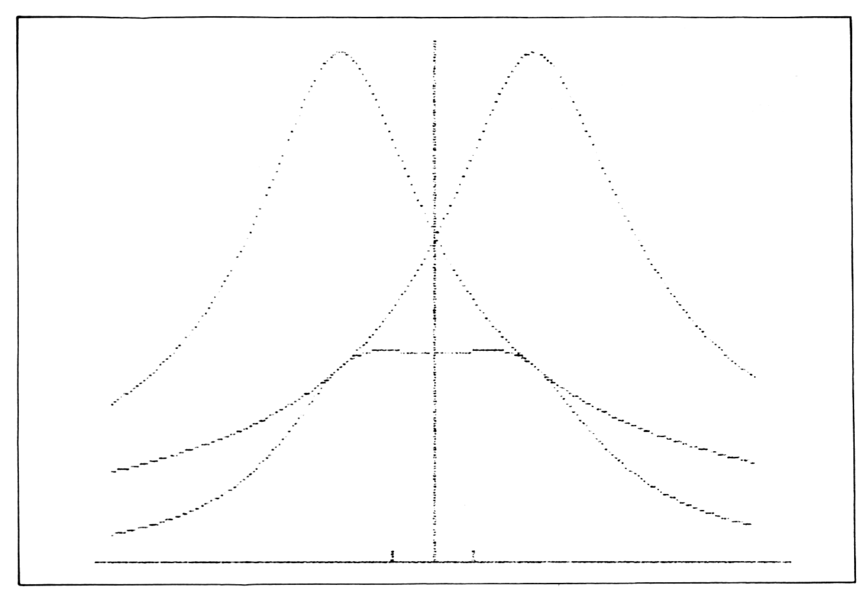


Intervalle étudié = 0,2 Fo autour de fo.

Courbes obtenues avec le programme 1 :

1 : circuit LC simple (fo)
2 : 2 circuits LC identiques en cascade (fo)
3 : 2 circuits LC décalés de 0,01 fo
4, 5, 6 : 2 circuits LC décalés de 0,02 fo ; 0,03 fo ; 0,04 fo ; 0,05 fo





On visualise simultanément la courbe de réponse d'un filtre du deuxième ordre (courbe 2), celle de circuits décalés (figure 3) et la courbe de phase (courbe 1).

PROGRAMME 3

Construction de la courbe de réponse de circuits décalés : on visualise simultanément les courbes de réponse des deux circuits puis séparément et la courbe résultant de leur mise en cascade.

PROGRAMME 1

```
10 REM *******************
20 REM *                 *
30 REM * CIRCUITS DECALES *
40 REM *              *
50 REM *******************
70 CLS
80 INPUT "Valeur de Q=";Q
90 A=1
100 CLS
110 GOSUB 390
120 FOR N=0 TO 0.025 STEP 0.005
130 U=0
140 XA=1-0.1/A:XB=1+0.1/A
```

```
150 FOR X=XA TO XB STEP 0.001/A
160 X1=X*(1+N)
170 T1=1/(1+(Q*(X1-1/X1))^2)^0.5
180 X2=X*(1-N)
190 T2=1/(1+(Q*(X2-1/X2))^2)^0.5
200 T=T1*T2
210 PLOT 20+2*U,10+380*T
220 U=U+1
230 NEXT X
240 NEXT N
250 U=0
270 FOR X=XA TO XB STEP 0.001/A
280 T=1/(1+(Q*(X-1/X))^2)^0.5
290 PLOT 20+2*U,10+380*T
300 U=U+1
310 NEXT X
340 REM AGRANDISSEMENT
360 LOCATE 20,1:PRINT "VOULEZ VOUS AGRANDIR":LOCATE 20,2:INPUT "LES CO
URBES (O/N)";A$
370 IF A$="O" THEN A=A*2 ELSE END
380 GOTO 100
390 REM AXES
400 PLOT 10,10:DRAWR 430,0
410 PLOT 220+(A*500/Q),10:DRAWR 0,9
420 PLOT 220-(A*500/Q),10:DRAWR 0,9
430 PLOT 220,10:DRAWR 0,390
440 RETURN
```

PROGRAMME 2

```
10 REM *******************
20 REM *                 *
30 REM * CIRCUITS DECALES *
40 REM *                 *
50 REM *******************
70 CLS
80 INPUT "Valeur de Q=";Q
90 A=1
100 CLS
110 GOSUB 390
120 N=0.03
130 U=0
140 XA=1-0.1/A:XB=1+0.1/A
```

```
150 FOR X=XA TO XB STEP 0.001/A
160 X1=X*(1+N)
165 P1=-ATN(Q*(X1-1/X1))
170 T1=1/(1+(Q*(X1-1/X1))^2)^0.5
180 X2=X*(1-N)
185 P2=-ATN(Q*(X2-1/X2))
190 T2=1/(1+(Q*(X2-1/X2))^2)^0.5
200 T=T1*T2
210 PLOT 20+2*U,10+380*T
214 P=(P1+P2)*360/(2*PI)
215 PLOT 20+2*U,200+P
220 U=U+1
230 NEXT X
250 U=0
270 FOR X=XA TO XB STEP 0.001/A
280 T=1/(1+(Q*(X-1/X))^2)^0.5
290 PLOT 20+2*U,10+380*T
300 U=U+1
310 NEXT X
340 REM AGRANDISSEMENT
360 LOCATE 20,1:PRINT "VOULEZ VOUS AGRANDIR":LOCATE 20,2:INPUT "LES CO
URBES (O/N)";A$
370 IF A$="O" THEN A=A*2 ELSE END
380 GOTO 100
390 REM AXES
400 PLOT 10,10:DRAWR 430,0
410 PLOT 220+(A*500/Q),10:DRAWR 0,9
420 PLOT 220-(A*500/Q),10:DRAWR 0.9
430 PLOT 220,10:DRAWR 0,390
440 RETURN
```

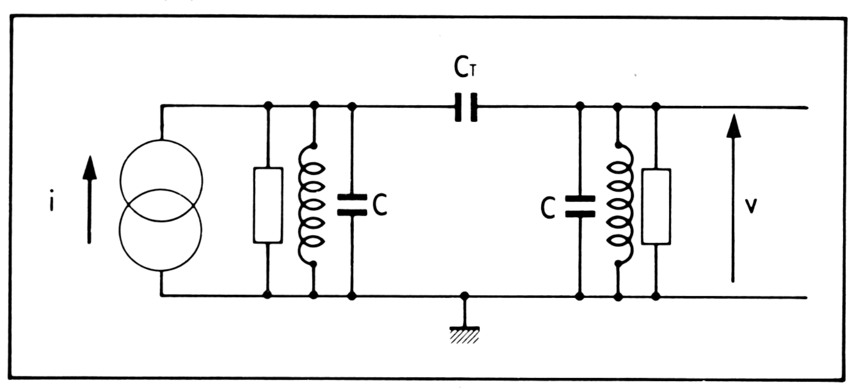
PROGRAMME 3

```
10 REM *******************
20 REM *                 *
30 REM * CIRCUITS DECALES *
40 REM *                 *
50 REM *******************
70 CLS
80 INPUT "Valeur de Q=";Q
90 A=1
100 CLS
110 GOSUB 390
```

```
120 N=0.03
130 U=0
140 XA=1-0.1/A:XB=1+0.1/A
150 FOR X=XA TO XB STEP 0.001/A
160 X1=X*(1+N)
170 T1=1/(1+(Q*(X1-1/X1))^2)^0.5
180 X2=X*(1-N)
190 T2=1/(1+(Q*(X2-1/X2))^2)^0.5
200 T=T1*T2
210 PLOT 20+2*U,10+380*T
211 PLOT 20+2*U,10+380*T1
212 PLOT 20+2*U,10+380*T2
220 U=U+1
230 NEXT X
340 REM AGRANDISSEMENT
360 LOCATE 20,1:PRINT "VOULEZ VOUS AGRANDIR":LOCATE 20,2:INPUT "LES CO
URBES (O/N)";A$
370 IF A$="O" THEN A=A*2 ELSE END
380 GOTO 100
390 REM AXES
400 PLOT 10,10:DRAWR 430,0
410 PLOT 220+(A*500/Q),10:DRAWR 0,9
420 PLOT 220-(A*500/Q),10:DRAWR 0,9
430 PLOT 220,10:DRAWR 0,390
440 RETURN
```

CIRCUITS COUPLÉS

La transmittance de circuits couplés est difficile à établir et délicate à interprêter. Il est cependant possible d'obtenir les courbes de réponses correspondantes par la méthode d'Evans. Cette méthode fait intervenir les zéros-valeurs de $j\omega$ qui annulent le numérateur de la transmittance (qui est une fonction complexe de $j\omega$) et les pôles valeurs de $j\omega$ qui annulent le dénominateur. Ces valeurs particulières de $j\omega$ étant trouvées, tracer la courbe de réponse du système, revient à exploiter des considérations géométriques dans le plan complexe. Dans cette étude, nous ne nous intéressons pas à la phase de la transmittance.
La méthode proposée déborde largement du cadre de l'étude des circuits couplés. Elle s'applique à tout système dont on connaît les pôles et les zéros. Elle est très utilisée en servomécanisme.
Notre étude portera sur le circuit suivant :



Dans ce cas, on démontre que :

$$Z_T = \frac{v}{i} = \frac{jk\omega_0}{4(C+C_T)} \times \frac{1}{(p-p_1)\,(p-p_2)}$$

Relation dans laquelle :

k est le facteur de couplage $= \dfrac{C_T}{C+C_T}$

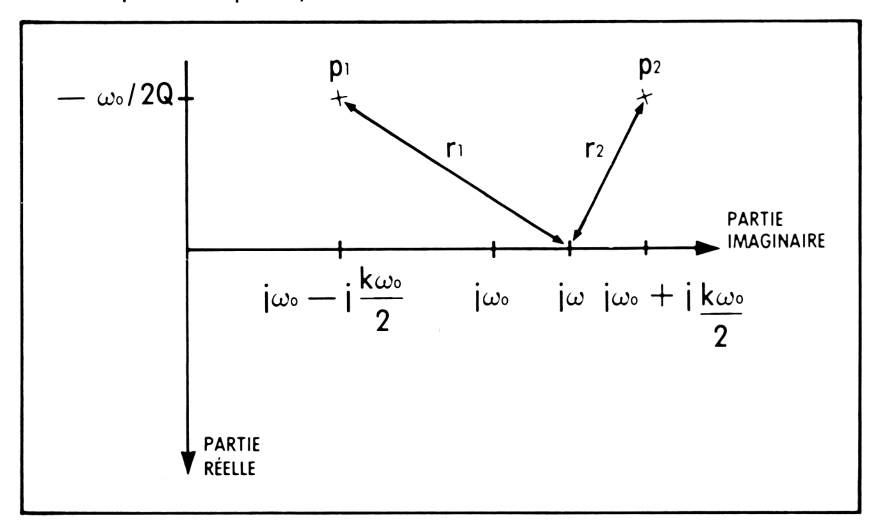
ω_0 est la fréquence de résonance des circuits R, L, C pris séparément et supposés ici identiques. Q est leur facteur de qualité commun.

p_1 et p_2 sont les pôles de la fonction ; on a :

$$p_1 = -\frac{\omega_0}{2Q} + j\omega_0 + j\frac{k\omega_0}{2} \text{ et } p_2 = -\frac{\omega_0}{2Q} + j\omega_0 - j\frac{k\omega_0}{2}$$

p = variable complexe = $j\omega$.

Dans le plan complexe, on a :



On constate que le module de Z_t peut s'écrire :

$$Z_t = \frac{k\omega 0}{4(C + C_t)} \times \frac{1}{r1\ r2}$$

en appelant r_1 et r_2 les distances séparant les pôles du point $j\omega$. r_1 et r_2 sont les hypoténuses de triangles rectangles faciles à exploiter. $j\omega$ correspond à la pulsation pour laquelle on calcule Z_t.
Pour avoir l'allure des courbes en fonction de k, on peut se contenter d'évaluer $k/r_1\ r_2$.
Nous étudierons un circuit pour lequel $Q = 10$, $f_0 = 1$ MHz. k prendra des valeurs comprises entre 0,01 et 0,8. La fréquence f variera de 0,5 MHz à 1,5 MHz.

LES PROGRAMMES

Lignes 70 à 110 : entrée des données.
Lignes 150 à 240 : tracé de la courbe.
Lignes 270 à 350 : sous-programme de tracé des axes et graduations.
Lignes 360 à 390 : possibilité de "loupe" sur les courbes.

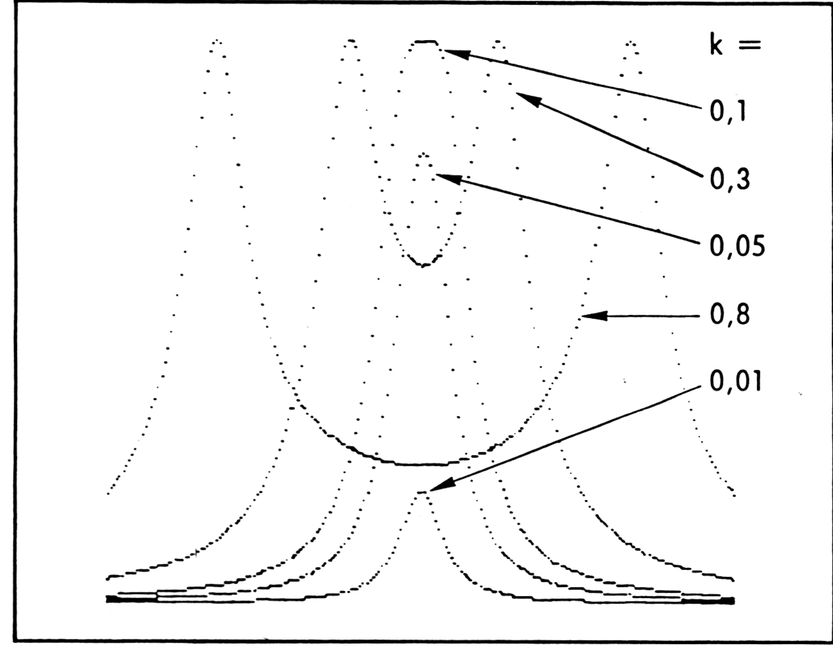
Le programme n° 2 diffère du programme n° 1 par le fait que les courbes correspondant à plusieurs valeurs de k prédéfinies (ligne de DATA) sont affichées simultanément.

LES VARIABLES

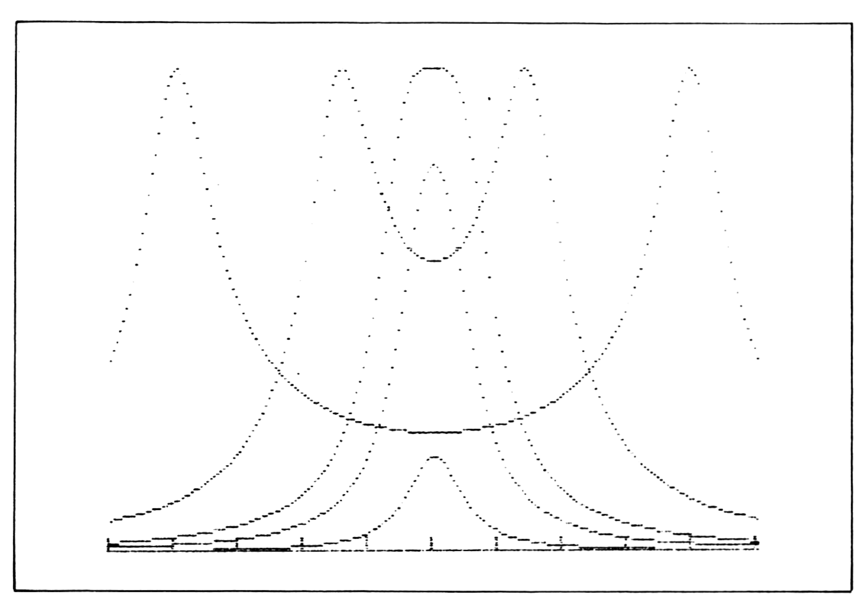
f et Q	: tels que définis plus haut.
f	: fréquence considérée.
k	: facteur de couplage (son nom est G en variable de boucle).
A et Y0	: facteurs d'échelle.
R1 et R2	: distances correspondant aux deux pôles.
B, C, D, E, U, N	: noms donnés à des constantes.
F1, F2	: limites de la bande de fréquence étudiée.
S	: pas d'incrémentation sur l'axe des fréquences (il y a 200 points explorés).

DÉROULEMENT DU PROGRAMME

Celui-ci affiche les courbes de réponse de circuits couplés, soit pour une valeur donnée de k (programme 1), soit pour une suite préétablie de valeurs de ce paramètre (programme 2).
L'axe horizontal est gradué. Lors du premier passage, le facteur d'agrandissement A vaut 1. La zone de fréquences explorée a alors une largeur de 10 F0/Q, centrée sur F0. Le pas d'incrémentation S vaut alors 1/200 de cette valeur. Il y a 10 graduations sur l'axe horizontal, espacées donc de F0/Q.

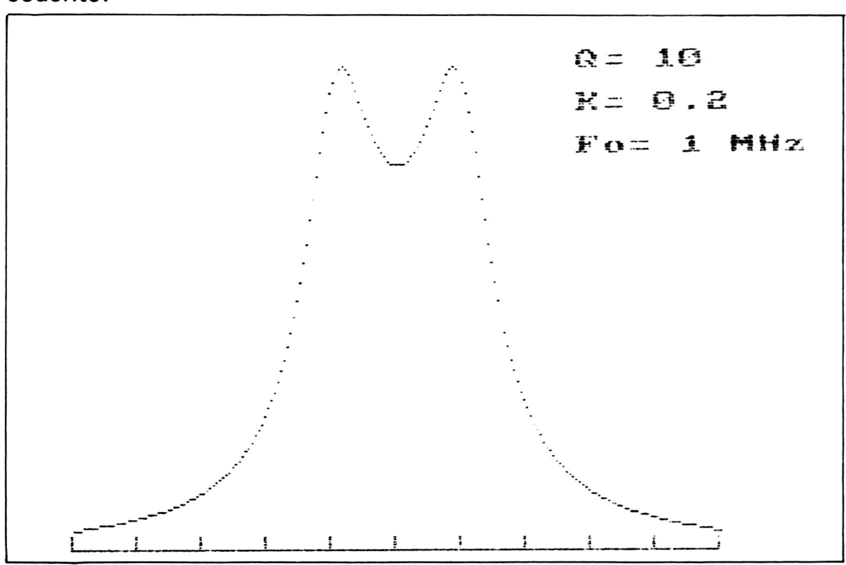


Légende de la photo (programme 2) ; Q = 10.



PROGRAMME 2
(k varie de 0,01 à 0,8).

Chaque passage par une réponse positive à la question ''voulez-vous agrandir les courbes ?'' se traduit par une dilatation d'un facteur 2 de l'échelle horizontale par rapport à celle qui lui est immédiatement précédente.



PROGRAMME 1:Q=10 k=0,2

PROGRAMME 1

```
10 REM ********************
20 REM *                  *
30 REM * CIRCUITS COUPLES *
40 REM *                  *
50 REM ********************
70 CLS
80 LOCATE 12,2:PRINT "CIRCUITS COUPLES"
90 LOCATE 6,4:INPUT "Valeur de Fo=";F0
100 LOCATE 6,6:INPUT "Valeur de Q=";Q
110 LOCATE 6,8:INPUT "Valeur de K=";K
120 A=1
130 CLS
150 GOSUB 270
160 B=1E-13/K:D=2:U=0.5:N=10
170 F1=F0*(1-(5/(Q*A)))
180 F2=F0*(1+(5/(Q*A)))
190 S=10*F0/(200*A*Q)
200 FOR F=F1 TO F2 STEP S
210 R1 =((ABS(F-F0+F0*K/D))^D+(F0/(D*Q))^D)^U
220 R2 =((ABS(F-F0-F0*K/D))^D+(F0/(D*Q))^D)^U
230 N=N+1:PLOT 2*N,20+2*(0.9/(R1*R2))/B
240 NEXT F
250 GOTO 360
270 REM AXES
272 LOCATE 30,1:PRINT "Q=";Q
273 LOCATE 30,3:PRINT "K=";K
274 LOCATE 30,5:PRINT "Fo=";F0/1000000;"MHz"
280 PLOT 20,20:DRAWR 400,0
290 FOR X=220 TO 420 STEP 40*A
300 PLOT X,20:DRAWR 0,10
310 NEXT
320 FOR X=220 TO 10 STEP -40*A
330 PLOT X,20:DRAWR 0,10
340 NEXT
350 RETURN
360 REM AGRANDISSEMENT
370 LOCATE 1,25:INPUT"AGRANDISSEMENT DES COURBES(O/N)";A$
380 IF A$="O" OR A$="o" THEN A=A*2 ELSE END
390 GOTO 130
```

PROGRAMME 2

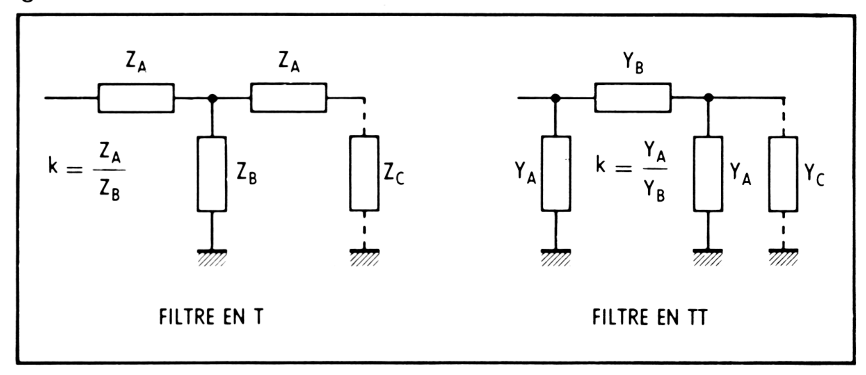
```
10 REM *******************
20 REM *                 *
30 REM * CIRCUITS COUPLES *
40 REM *                 *
50 REM *******************
70 CLS
80 LOCATE 12,2:PRINT "CIRCUITS COUPLES"
90 LOCATE 6,4:INPUT "Valeur de Fo=";F0
100 LOCATE 6,6:INPUT "Valeur de Q=";Q
110 REM K est introduit automatiquement
120 A=1
130 CLS
150 GOSUB 270
160 Y0=191:D=2:U=0.5:N=10
170 F1=F0*(1-(5/(Q*A)))
180 F2=F0*(1+(5/(Q*A)))
190 S=10*F0/(200*A*Q)
200 FOR G=1 TO 5:READ K:B=1E-13/K
205 FOR F=F1 TO F2 STEP S
210 R1 =((ABS(F-F0+F0*K/D))^D+(F0/(D*Q))^D)^U
220 R2 =((ABS(F-F0-F0*K/D))^D+(F0/(D*Q))^D)^U
230 N=N+1:PLOT 2*N,20+2*(0.9/(R1*R2))/B
240 NEXT F:N=10:NEXT G
250 GOTO 360
270 REM AXES
280 PLOT 20,20:DRAWR 400,0
290 FOR X=220 TO 420 STEP 40*A
300 PLOT X,20:DRAWR 0,10
310 NEXT
320 FOR X=220 TO 10 STEP -40*A
330 PLOT X,20:DRAWR 0,10
340 NEXT
350 RETURN
360 REM AGRANDISSEMENT
370 LOCATE 1,25:INPUT"AGRANDISSEMENT DES COURBES(O/N)";A$
380 IF A$="O" OR A$="o" THEN A=A*2 ELSE END
390 RESTORE:GOTO 130
400 DATA 1E-2,5E-2,1E-1,.3,.8
```

Chapitre II

FILTRAGE

FILTRES PASSIFS

Nous nous limiterons au cas des filtres passifs symétriques non dissipatifs, fermés sur leur impédance caractéristique (Z_c). Leur schéma général est le suivant :



La transmittance d'un filtre passif est étudiée en deux étapes. D'abord, calcul d'une courbe universelle, valable pour tous ces filtres, ensuite l'application au cas particulier : ici, un filtre passe bas, dans lequel Z_a est une inductance et Z_b un condensateur :

On démontre que pour ces deux circuits :

$$\overline{T} = \frac{V_2}{V_1} = (k+1) \pm \sqrt{k\ (k+2)}\ ;\ -\infty < k < +\infty$$

alors :

si $-2 \leq k \leq 0 : \overline{T} = 1$ et Arg $(\overline{T}) = \text{Arc Cos}\ (1+k)$

si $k < -2 : \overline{T} = (1+k) + \sqrt{k\ (k+2)}$; Arg $(\overline{T}) = \pi$

si $k > 0 : \overline{T} = (1+k) - \sqrt{k\ (k+2)}$; Arg $(\overline{T}) = 0$

Nous prendrons comme exemple le filtre en T, dans lequel $Z_a = jL\omega$ et $Z_b = 1/jC\omega$.
Alors $k = -LC\omega^2$ varie entre $-\infty$ et 0 (on peut écrire : $k = -(f/f_0)^2$).

LES PROGRAMMES

Le programme n° 1 permet la construction de courbes universelles en fonction de k. Le programme n° 2 fait correspondre, pour un circuit donné, module et phase de la transmittance aux valeurs de f envisagées.

Programme n° 1

Les valeurs du module T et de la phase P de la transmittance sont calculées par zones de valeurs de k :
Lignes 90 à 140 : $-10 \leq k \leq -2$
Lignes 140 à 210 : $-1,9 \leq k \leq -0,1$
Lignes 220 à 260 : $0 \leq k \leq 10$
Lignes 280 à 430 : tracé des axes et des graduations.
Lignes 440 à 450 : sous-programme d'affichage des points calculés.

Programme n° 2

Il permet de tracer directement module et argument de la transmittance dans un cas particulier. Ici, nous avons : $K = -(F/F_O)^2$ (voir le texte) ; la fonction est étudiée de $F = F_O$ à $F = 2FO$.

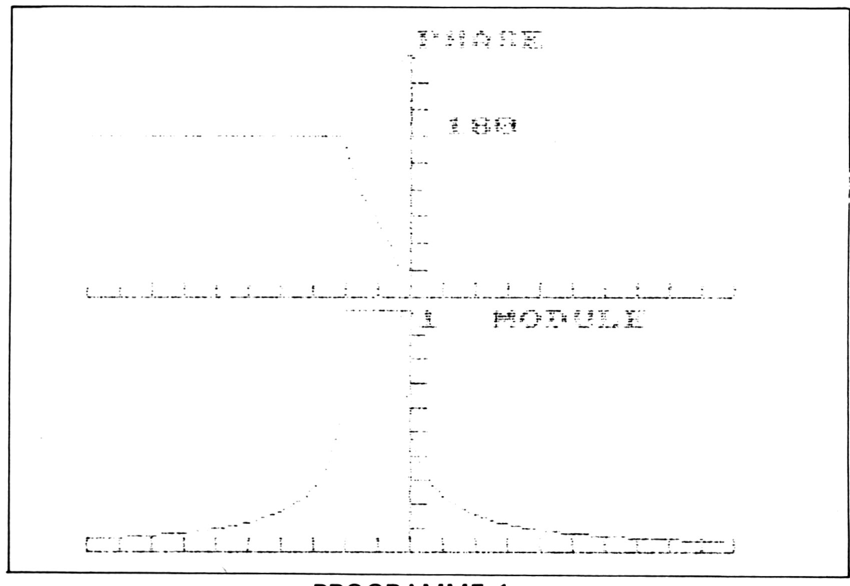
LES VARIABLES

Programme n° 1

k	: paramètre utilisé dans les fonctions T et P.
T	: module de la transmittance.
P	: phase de la transmittance.
X	: variable d'incrémentation, assurant la position horizontale des points sur l'écran.
U, N, L	: variables de boucles locales (tracé d'axes...).

Programme n° 2

T (200) et P (200)	: mémorisation des différentes valeurs de T et P.
F	: fréquence considérée.
X	: variable d'incrémentation.
N	: valeur de l'indice des matrices T(200) et P(200).



PROGRAMME 1

```
10 REM *****************
20 REM *               *
30 REM * FILTRES PASIFS *
40 REM *               *
50 REM *****************
60 INK 0,0:INK 1,26:PAPER 0:PEN 1
70 CLS:X=0
80 GOSUB 280:REM AXES
90 FOR K= -10 TO -2 STEP 0.1
100 T=ABS(K+1+(K^2+2*K)^0.5):P=180
110 GOSUB 440
120 X=X+1
130 NEXT K
140 FOR K=-1.9 TO -0.1 STEP 0.1
150 IF K=-1 THEN P=90:GOTO 190
160 T=1:P=(180/PI)*ATN((K^2+2*K)/(K+1))
170 IF K<-1.05 THEN P=180-P
180 IF K>-1.05 THEN P=ABS(P)
190 GOSUB 440
200 X=X+1
210 NEXT K
220 FOR K=0 TO 10 STEP 0.1
230 T=1+K-((K^2+2*K)^0.5):P=0
```

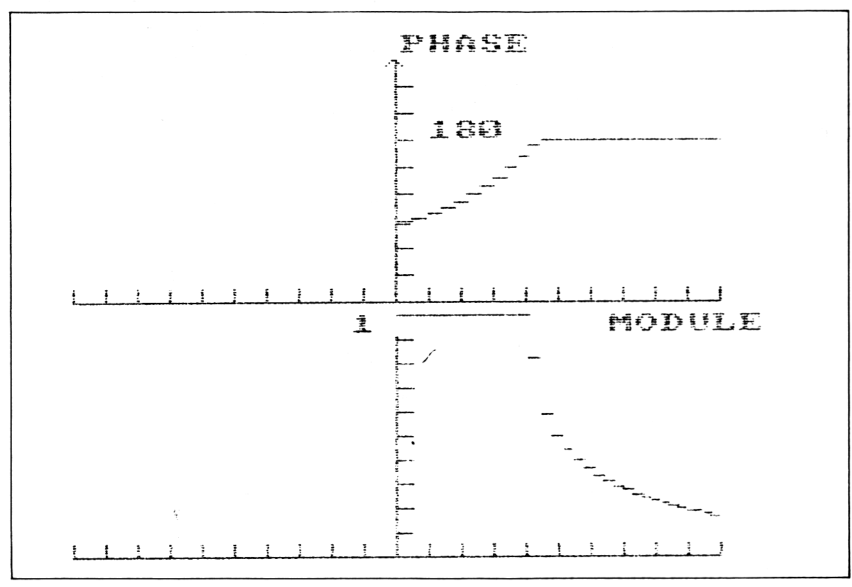
```
240 GOSUB 440
250 X=X+1
260 NEXT K
270 END
280 REM AXES
290 PLOT 20,10:DRAWR 400,0
300 PLOT 20,200:DRAWR 400,0
310 FOR U=0 TO 95 STEP 95
320 FOR N=0 TO 200 STEP 10
330 PLOT 20+2*N,10+2*U:DRAWR 0,10
340 NEXT N:NEXT U
350 PLOT 220,10:DRAWR 0,180
360 PLOT 220,200:DRAWR 0,180
370 FOR L=10 TO 180 STEP 18
380 PLOT 220,L:DRAWR 10,0
390 NEXT L
400 FOR L=200 TO 370 STEP 20
410 PLOT 220,L:DRAWR 10,0
420 NEXT L
422 PLOT 220,191:DRAWR -5,-5:PLOT 220,191:DRAWR 5,-5
425 PLOT 220,381:DRAWR -5,-5:PLOT 220,381:DRAWR 5,-5
427 LOCATE 15,1:PRINT "PHASE"
428 LOCATE 15,14:PRINT "1  MODULE"
429 LOCATE 16,5:PRINT "180":LOCATE 1,1
430 RETURN
440 PLOT 20+2*X,10+180*T:PLOT 20+2*X,200+2*P/3
450 RETURN
```

PROGRAMME 2

```
10 REM ******************
20 REM *                *
30 REM * FILTRES PASSIFS *
40 REM *                *
50 REM ******************
60 INK 0,0:INK 1,26:PAPER 0:PEN 1
70 CLS:X=0
100 DIM T(200):DIM P(200)
120 FOR K= -10 TO -2 STEP 0.1
130 T=ABS(K+1+(K^2+2*K)^0.5):P=180
140 T(X)=T:P(X)=P
150 X=X+1
155 GOSUB 600
```

```
160 NEXT K
170 FOR K=-1.9 TO -0.1 STEP 0.1
180 IF K=-1 THEN P=90:GOTO 220
190 T=1:P=(180/PI)*ATN((K^2+2*K)/(K+1))
200 IF K<-1.05 THEN P=180-P
210 IF K>-1.05 THEN P=ABS(P)
220 T(X)=T:P(X)=P
230 X=X+1
235 GOSUB 600
240 NEXT K
250 FOR K=0 TO 10 STEP 0.1
260 T=1+K-((K^2+2*K)^0.5):P=0
270 T(X)=T:P(X)=P
280 X=X+1
285 GOSUB 600
290 NEXT K
295 PLOT 20,10:DRAWR 400,0
300 CLS
310 REM AXES
320 PLOT 20,10:DRAWR 400,0
330 PLOT 20,200:DRAWR 400,0
340 FOR U=0 TO 95 STEP 95
350 FOR N=0 TO 200 STEP 10
360 PLOT 20+2*N,10+2*U:DRAWR 0,10
370 NEXT N:NEXT U
380 PLOT 220,10:DRAWR 0,180
390 PLOT 220,200:DRAWR 0,180
400 FOR L=10 TO 180 STEP 18
410 PLOT 220,L:DRAWR 10,0
420 NEXT L
422 PLOT 220,191:DRAWR -5,-5:PLOT 220,191:DRAWR 5,-5
425 PLOT 220,381:DRAWR -5,-5:PLOT 220,381:DRAWR 5,-5
427 LOCATE 15,1:PRINT "PHASE"
428 LOCATE 13,14:PRINT "1          MODULE"
429 LOCATE 16,5:PRINT "180":LOCATE 1,1
430 FOR L=200 TO 370 STEP 20
440 PLOT 220,L:DRAWR 10,0
450 NEXT L
510 REM EXEMPLES
520 F0=1
530 FOR F=F0 TO 2*F0 STEP F0/200
540 K=-(F/F0)^2:N=10*K+100
550 T=(T(INT(N))+T(INT(N+1)))*0.5
```

```
560 P=(P(INT(N))+P(INT(N+1)))*0.5
570 PLOT 20+F*200,10+180*T:PLOT 20+F*200,200+2*P/3
580 NEXT F
590 LOCATE 1,1:END
600 LOCATE 1,5:PRINT "PATIENCE...! J'en suis a X=";X
610 LOCATE 1,15:PRINT "Et je vais jusqu'a 200 !!!"
640 RETURN
```

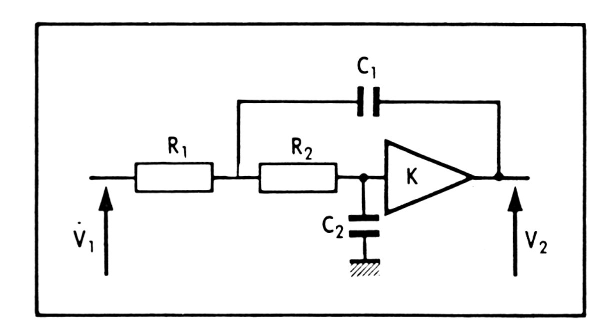


PROGRAMME 2

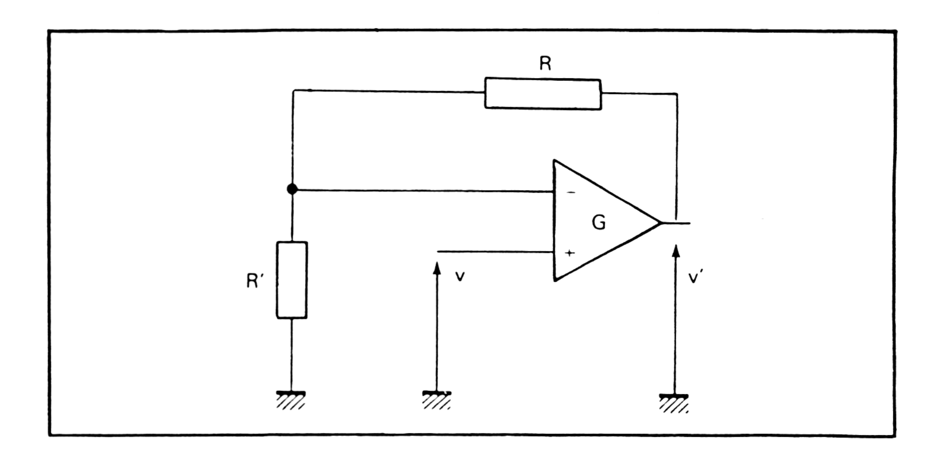
Etude du filtre par lequel $k = -(F/Fo)^2$; F varie de Fo à 2Fo.

CONSTRUCTION D'UN FILTRE DU DEUXIEME ORDRE

Il existe différentes possibilités de construire un filtre passe bas du deuxième ordre. On sait l'importance de tels filtres ; il est en effet possible de réaliser un filtre du nième ordre par mise en cascade de filtre du second ordre (et éventuellement du premier ordre). Nous avons choisi de réaliser un filtre actif contenant une source commandée de tension. Il s'agit là d'un amplificateur de gain positif que l'on sait facilement réaliser à l'aide d'un amplificateur opérationnel.
Le circuit proposé est le suivant :



La source commandée (K) peut être réalisée de la façon suivante :



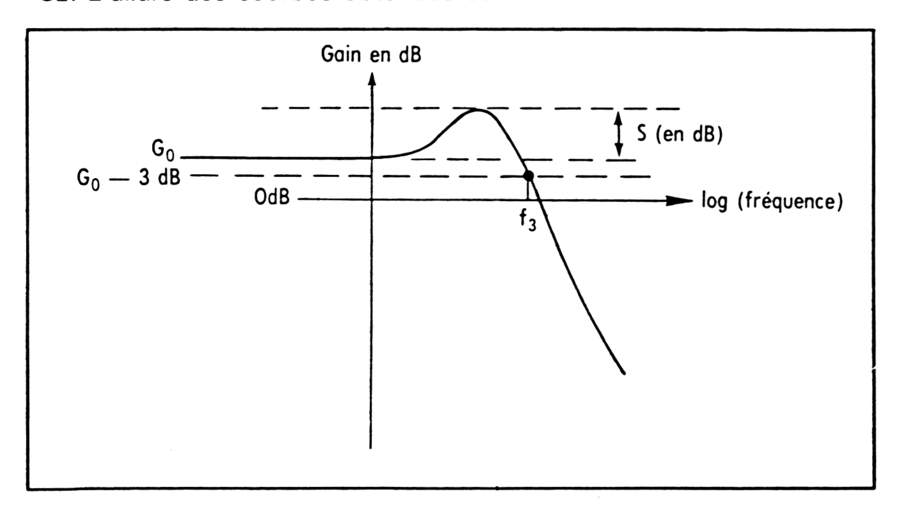
G : amplificateur opérationnel. On a alors $\frac{V'}{V} = \frac{R+R'}{R'} = K \geq 1$

Pour le filtre proposé, on démontre que :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{K}{R_1R_2C_1C_2(j\omega)^2 + [R_2C_2 + R_1C_2 + (1-K)R_1C_1]j\omega + 1}$$

Un tel système est défini par :
— son gain G_0 dans la bande passante (en dB) (= 20 log K) ;
— son coefficient de surtension S (en dB) ;
— sa bande passante F_3 à -3 dB.

Toutes ces quantités dépendent directement des valeurs de R_1, R_2, C_1, C_2. L'allure des courbes obtenues est la suivante :



Le programme propose donc de réaliser un tel filtre.
Il est d'abord demandé à l'utilisateur les valeurs souhaitées de G_0, S, F_3. A partir de ces données, le programme calcule des valeurs possibles pour C_1 et C_2, en s'étant imposé $R_1 = R_2 = 10$ kΩ. Il y a en effet, au départ, 4 inconnues (R_1 R_2 C_1 C_2) pour 3 données. On peut donc s'imposer R_1 et R_2. Il est ainsi proposé les valeurs de tous les éléments du circuit (K est imposé par G_0). Si ce valeurs ne conviennent pas, l'utilisateur peut alors proposer ses propres valeurs de R_1 et R_2. Le programme en déduit de nouveau C_1 et C_2.
Quand le choix des éléments est fait, le programme passe en haute résolution. Il dessine d'abord le gabarit correspondant au circuit désiré par l'utilisateur (G_0, S, f_3) et dessine la courbe théorique correspondante.
Puis, il demande les valeurs effectivement employées pour les composants, sachant que ceux-ci sont pris "dans le tiroir", c'est-à-dire correspondant à des valeurs normalisées. Il dessine alors la courbe correspondante, ce qui permet à l'utilisateur de juger si le filtre obtenu lui convient, dans la mesure où seuls les points des deux courbes qui ne coïncident pas restent affichés.

Les axes représentés sur l'écran sont gradués en décades pour celui des fréquences, par bonds de 20 dB pour celui du module de la transmittance. Ainsi, l'axe OX part de $F_0/100$ et va jusqu'à 100 F_0 (2 décades de part et d'autre de F_0) ; OY est gradué de +20 dB à −80 dB.
Les relations mathématiques utilisées sont les suivantes : partant de S, on en déduit l'amplitude de la résonance.

$$TR = \exp\left(\frac{S \times 2{,}3}{20}\right)$$

et de là, le coefficient d'amortissement du circuit :

$$m = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - 1/TR^2}}{2}}$$

puis,

$$U = \sqrt{\frac{-(4\ m^2 - 2) + \sqrt{(4\ m^2 - 2)^2 + 4}}{2}} \quad \text{qui vaut } F_3/F_0$$

d'où la valeur de la fréquence propre du circuit $F_0 = F_3/U$.

Enfin, posant de nouveau $U = \sqrt{\dfrac{C_2}{C_1}} = \dfrac{m + \sqrt{m^2 - 2(1-K)}}{2}$

et $V = C_1C_2 = \dfrac{1}{R_1R_2\omega_0^2}$

on obtient $C_2 = \sqrt{U^2V}$ et $C_1 = \dfrac{V}{C_2}$, sachant que :

$$m = \frac{1}{2}\left[2\sqrt{\frac{C_2}{C_1}} + (1-K)\sqrt{\frac{C_1}{C_2}}\right]$$

On en déduit C_1 et C_2, connaissant K, R_1, R_2.
Un sous-programme (630) recalcule les coefficients A et B de la fonction de transfert à partir de R_1, R_2, C_1, C_2. Cette démarche est nécessaire puisque l'utilisateur peut faire intervenir ses propres valeurs de composant.

LE PROGRAMME

Lignes 100 à 150 : entrée des données numériques.
Lignes 160 à 250 : calcul des caractéristiques du filtre : m et F0.
Lignes 280 à 320 : calcul de C_1 et C_2.
Lignes 330 à 400 : affichage des valeurs conseillées pour les compo-

sants.

Lignes 410 à 460 : modification possible des valeurs proposées par R_1 et R_2.

Lignes 470 à 510 : tracés du gabarit, des axes, des graduations.

Lignes 520 à 580 : tracé de la fonction (une décade occupant 50 points, l'incrément est de $\sqrt[50]{10} = 10\uparrow 0{,}02 = D$).

Lignes 630 à 690 : introduction des valeurs numériques des éléments effectivement possédés par l'utilisateur, et dessin du tracé correspondant.

Lignes 700 à 730 : calcul des coefficients A et B.

Lignes 740 à 830 : sous-programme de tracé des axes et des graduations.

LES VARIABLES

Elles ont toutes été explicitées dans les paragraphes précédents.

F_3	: fréquence de coupure à -3 dB souhaitée.
S	: surtension souhaitée en dB.
GO	: gain souhaité en dB dans la bande passante.
TR et Z	: correspondent à S et G_0 sur une échelle linéaire.
V, U	: variable temporaire de calcul.
M	: coefficient d'amortissement du filtre.
W_0 et F_0	: pulsation et fréquence propre du filtre.
R_1, R_2, C_1, C_2, K	: valeurs des éléments du filtre.
D	: incrément pour les fréquences ($= \sqrt[50]{10}$).
W_1	: valeur du module de la transmittance à la pulsation W.
A et B	: coefficients de la fonction de transfert.

$$\left(\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{1 + Bj\omega + A(j\omega)^2} \right)$$

```
        CALCUL D'UN FILTRE
             PASSE-BAS
          DU SECOND ORDRE

Frequence de coupure a -3dB          :? 2E4

Surtension souhaitee en dB(20>S>0):? 8

Gain dans la bande passante
( 0 dB conseille )                   :? 0
```

Introduction des données.

```
  Le facteur d'amortissement du circuit
  est: 0.20

et sa frequence naturelle est          :
0.13E+05Hz.

Nous vous proposons les valeurs suivante
s pour les composants:

          R1= 1.00E+04 OHMS

          R2= 1.00E+04 OHMS

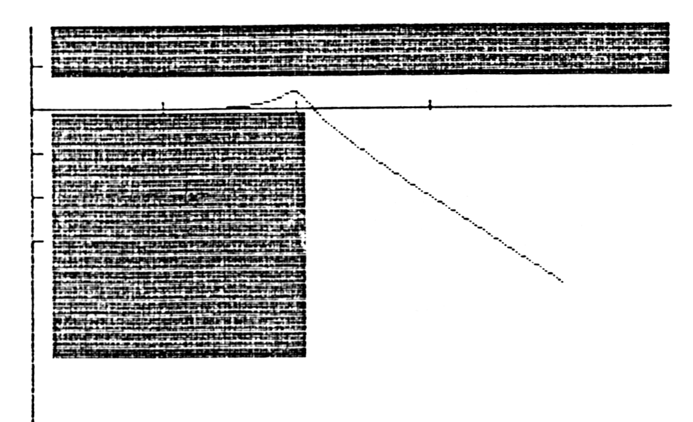
          C1= 5.90E+00 nF

          C2= 2.44E-01 nF

  Il est obligatoire de prendre  K=  1.0

Ces valeurs vous conviennent-elles? O
```

Calcul des paramètres du filtre.



```
AVEZ-VOUS LES ELEMENTS CONSEILLES? N
```

La courbe de réponse théorique du filtre est tracée.

```
Dans ce cas,quels sont les valeurs des
elements que vous possedez?

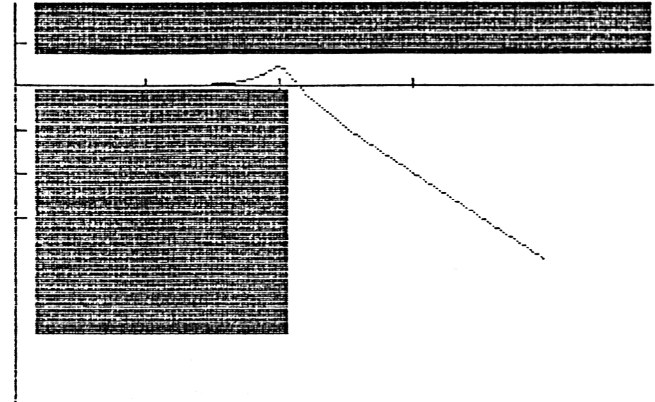
R1=? 1E4

R2=? 1E4

C1=? 6.8E-9

C2=? 0.22E-9
```

puis, suivant les composants dont on dispose...



AVEZ-VOUS LES ELEMENTS CONSEILLES? O

...la courbe réellement obtenue est tracée.

```
10 REM *********************
20 REM *                   *
30 REM * CALCUL D'UN FILTRE *
40 REM *     PASSE--BAS     *
50 REM *  DU SECOND ORDRE   *
60 REM *                   *
70 REM *********************
80 CLS
120 LOCATE 10,2:PRINT "CALCUL D'UN FILTRE":LOCATE 14,3:PRINT"PASSE-BAS
":LOCATE 11,4:PRINT "DU SECOND ORDRE"
130 LOCATE 1,6:INPUT "Frequence de coupure a -3dB       :";F3
140 LOCATE 1,8:INPUT "Surtension souhaitee en dB(20>S>0):";S
150 LOCATE 1,10:INPUT "Gain dans la bande passante              ( 0 dB
conseille )              :";G0
160 TR=EXP(S*2.3/20)
170 U=(1-(1-(1/(TR^2)))^0.5)/2
180 M=U^0.5
190 H=4*U-2
200 U=(-H+((H^2)+4)^0.5)^0.5/(2^0.5)
210 W0=2*PI*F3/U
220 F0=W0/(2*PI)
230 K=G0
240 Z=EXP(G0*2.3/20)
250 CLS
260 LOCATE 1,2:PRINT "  Le facteur d'amortissement du circuit   est:";
USING "##.##";M
```

```
265 PRINT
270 PRINT "et sa frequence naturelle est          :";USING "#.##^^^^";
W0/(2*PI);:PRINT "Hz."
280 R1=10000:R2=10000
290 U=(2*M+((4*M*M)+8*(Z-1))^0.5)/4
300 V=1/(R1*R2*(W0^2))
310 C2=(V*(U^2))^0.5
320 C1=V/C2
340 LOCATE 3,8:PRINT "Nous vous proposons les valeurs suivantes pour l
es composants:"
350 LOCATE 10,12:PRINT "R1=";USING "##.##^^^^";R1;:PRINT " OHMS"
360 LOCATE 10,14:PRINT "R2=";USING "##.##^^^^";R2;:PRINT " OHMS"
370 LOCATE 10,16:PRINT "C1=";USING "##.##^^^^";C1*1E+09;:PRINT " nF"
380 LOCATE 10,18:PRINT "C2=";USING "##.##^^^^";C2*1E+09;:PRINT " nF"
390 PRINT:PRINT "  Il est obligatoire de prendre  K=";USING "###.#";Z
400 PRINT:INPUT "Ces valeurs vous conviennent-elles";A$
420 IF A$="O" OR A$="o" THEN GOTO 470
430 CLS:PRINT"  Quelles valeurs proposez-vous?"
440 PRINT:INPUT"R1 =";R1
450 PRINT:INPUT"R2 =";R2
460 GOTO 290
470 CLS
480 GOSUB 710
490 WINDOW #1,2,30,1,4-((S+K)/8):PAPER #1,3
495 FOR I=2 TO 30:FOR J=1 TO 5-(S+K)/16:PRINT #1," ":NEXT J:NEXT I
500 A3=(INT(95+50*LOG(F3/F0)/2.3))/8:B3=(48-K)/8:D3=(150+K)/8
502 WINDOW #2,2,A3,B3,D3:PAPER #2,3
505 FOR I=2 TO A3:FOR J=B3 TO D3:PRINT #2," ":NEXT J:NEXT I
510 GOSUB 740
520 D=10^0.02
530 W=W0/(100*D)
540 FOR X=X=0 TO 199
550 A1=(1-A*W*W)^2:B1=(B*W)^2:W1=Z/((A1+B1)^0.5)
560 PLOT 2*X,322 + ((40*LOG(W1))/2.3)
570 W=W*D
580 NEXT X
630 LOCATE 1,24:INPUT "AVEZ-VOUS LES ELEMENTS CONSEILLES";A$
640 IF A$="O" OR A$="o" THEN END
650 CLS:PRINT "Dans ce cas,quels sont les valeurs des  elements que vo
us possedez?"
660 PRINT:INPUT"R1=";R1
670 PRINT:INPUT"R2=";R2
680 PRINT:INPUT"C1=";C1
```

```
690 PRINT:INPUT"C2=";C2
695 GOTO 470
700 REM CALCUL DES COEFFICIENTS
710 A=R1*R2*C1*C2
720 B=(R1*C2+R2*C2+(1-Z)*R1*C1)
730 RETURN
740 PLOT 1,322:DRAWR 480,0
750 PLOT 1,20:DRAWR 0,380
760 FOR N=1 TO 3
770 PLOT 100*N,320:DRAWR 0,8
790 NEXT N
800 FOR N=0 TO 5
810 PLOT 1,402-40*N:DRAWR 8,0
820 NEXT N
830 RETURN
```

FILTRES ACTIFS DU DEUXIEME AU CINQUIEME ORDRE

Un filtre est souvent caractérisé par la vitesse à laquelle chute le gain au-delà de la bande passante. Un filtre du 2e ordre coupe à raison de 40 dB/décade ; cela veut dire que son coefficient de transmission est divisée par 100 chaque fois que la fréquence est multipliée par 10. Cela peut être insuffisant dans certaines applications ; un filtre d'ordre n coupe à 40 n dB/décade. De tels filtres sont en général réalisés par mise en cascade de filtres d'ordre 2 et d'ordre 1.
Parmi l'infinité de réalisations possibles, il est classique de privilégier certains critères de choix ; l'existence de filtres normalisés s'ensuit. Nous avons choisi de présenter quatre de ces types de filtres (voir le programme). Le programme propose de dessiner les courbes de réponse de tels filtres et de donner l'aspect de la réponse en signaux carrés (voir les programmes sur FOURIER).

LE PROGRAMME

Lignes 80 à 220 : présentation des différents types de filtres.
Lignes 220 à 300 : choix du type de filtre (Z) et de l'ordre (Y).
Lignes 310 à 370 : tracé des axes sur l'écran.
Ligne 380 : aiguillage vers le type de filtre.

type → / ↓ ordre	Butterworth Z=1	Legendre Z=2	Tchebyscheff Z=3	Bessel Z=4
Y=2	410	880	1350	1820
Y=3	510	980	1450	1920
Y=4	620	1090	1560	2030
Y=5	740	1210	1680	2150

Lignes 2270 à 2320 : définition des fonctions.
Lignes 2330 à 2430 : inscriptions sur l'écran.
Lignes 2460 à 2530 : calcul des indices des matrices. A et B correspondant aux différents termes de la série de Fourier.
Lignes 2560 à 2610 : inscriptions sur l'écran.
Lignes 2650 à 2700 : calcul de la tension de sortie du filtre.
Lignes 2710 à 2720 : calcul du temps de réponse.
Lignes 2740 à 2760 : inscriptions sur l'écran.

ALGORITHMES MIS EN JEU

TRANSMITTANCES DU PREMIER ORDRE

$$\overline{T} = \frac{1}{1 + j\omega/\omega 0} \quad |\overline{T}| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega 0)^2}}$$

$$\text{Arg}\ (\overline{T}) = -\text{Arc tg}\ \frac{\omega}{\omega 0}$$

TRANSMITTANCES DU DEUXIEME ORDRE

$$\overline{T} = \frac{1}{1 + 2jm\frac{\omega}{\omega 0} + (j\frac{\omega}{\omega 0})^2}$$

$$|\overline{T}| = \frac{1}{\sqrt{(1 - \frac{\omega^2}{\omega 0^2})^2 + (\frac{2m\ \omega 0}{\omega 0})^2}}$$

$$\text{Arg}\ (\overline{T}) = -\text{Arc tg}\ \frac{2m\omega/\omega 0}{1 - \omega^2/\omega 0^2}$$

(varie de 0 à $-\pi$)

Cette dernière relation pose plusieurs problèmes lorsqu'elle est employée sur un micro-ordinateur. En effet, ceux-ci ne possèdent en général que cette seule fonction trigonométrique qui a l'inconvénient de n'être définie qu'entre $-\pi/2$ et $+\pi/2$, et possède une disontinuité pour $\pi/2$.

Nous ajoutons $+\pi/2$ à Arg ($\overline{T}$) en écrivant :

$$\overline{T}' = \frac{2jm\omega/\omega 0}{1 + 2jm\frac{\omega}{\omega 0} + (j\frac{\omega}{\omega 0})^2}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{j}{2m}\left(\frac{\omega}{\omega 0} - \frac{\omega 0}{\omega}\right)}$$

On a alors Arg $(\overline{T}') = -$ Arc tg. $\left(\frac{1}{2m}\left(\frac{\omega}{\omega 0} - \frac{\omega 0}{\omega}\right)\right)$

mais $-\pi/2 \leq$ Arg $(\overline{T}') \leq +\pi/2$, ce qui ne pose plus de problèmes. On en déduit : Arg $(\overline{T}) =$ Arg $(\overline{T}') - \pi/2$.
Pour chaque cas étudié, la fréquence varie de Fo/100 à 100 Fo.
Partant de Fo/100, chaque pas est obtenu en multipliant la fréquence par $\sqrt[50]{10}$, soit 1/50e de décade. Au bout de 50 pas, on est ainsi à Fo/10,...
Pour chaque fréquence, le module de la transmittance est rangé dans A(200), la phase dans B(200).
Un signal rectangulaire a pour développement en série de Fourier :

$$y(t) = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n} \text{Sin } 2\pi \text{ nFt avec n impair.}$$

Nous nous imposons comme fréquence de base Fo/4 (cette valeur semble raisonnable).
Pour l'harmonique d'ordre n, l'indice correspondant des tableaux A(200) et B(200) est donné par : C(n) = 50 log (25 n).
[En effet, l'indice du tableau A (i) correspond à la fréquence $f = (fo/100) - (10)^{0,02 \times i.}$

si $f = n\frac{fo}{4}$, on a $n\frac{fo}{4} = \frac{fo}{100} \times (10)^{0,02i}$

D'où 0,02i = log(25 n) et donc i = 50 log (25 n).
Le temps du retard τ est donné par :

$\tau = d\varnothing/d\omega$.

La phase $\varnothing$ est rangée dans B(200). Entre deux valeurs successives de F, on a donc :

$\tau = \frac{B(n+i) - B(n)}{2\pi \Delta F}$, ΔF étant la variation de fréquence.

On a donc $\frac{dF}{dn} = \frac{Fo}{100} \times \text{Log } 10 \times (10)^{0,02n} \times 0,02$ avec dn = 1.

$$\text{D'où } \tau = \frac{B(n+1) - B(n)}{2\pi \times \frac{Fo}{100} \times 2,3 \times (10)^{0,02n} \times 0,02.}$$

LES VARIABLES

Z	: type du filtre $(1 \leq Z \leq 4)$
Y et R	: ordre du filtre $(2 \leq R \leq 5)$

X	: pulsation réduite.
D	: incrément = (10)↑0,02.
A(200)	: matrice contenant les 200 valeurs du module de la transmittance.
B(200	: matrice contenant les 200 valeurs de l'argument de la transmittance.
FNP(X)	: fonction du 1er ordre (module).
FNC(X)	: fonction du 1er ordre (argument).
FNS(X) FNQ(X)	: fonction du 2e ordre (module).
FNA(X) FNB(X)	: fonction du 2e ordre (argument).
A, B, C, D, E, F	: coefficients des fonctions.
C(30)	: matrice contenant les indices des matrices A et B correspondant aux différentes harmoniques de la série de Fourier.
K	: numéro de l'harmonique considérée.

FNP(X)
FNC(X) $\dfrac{1}{1+jCX}$

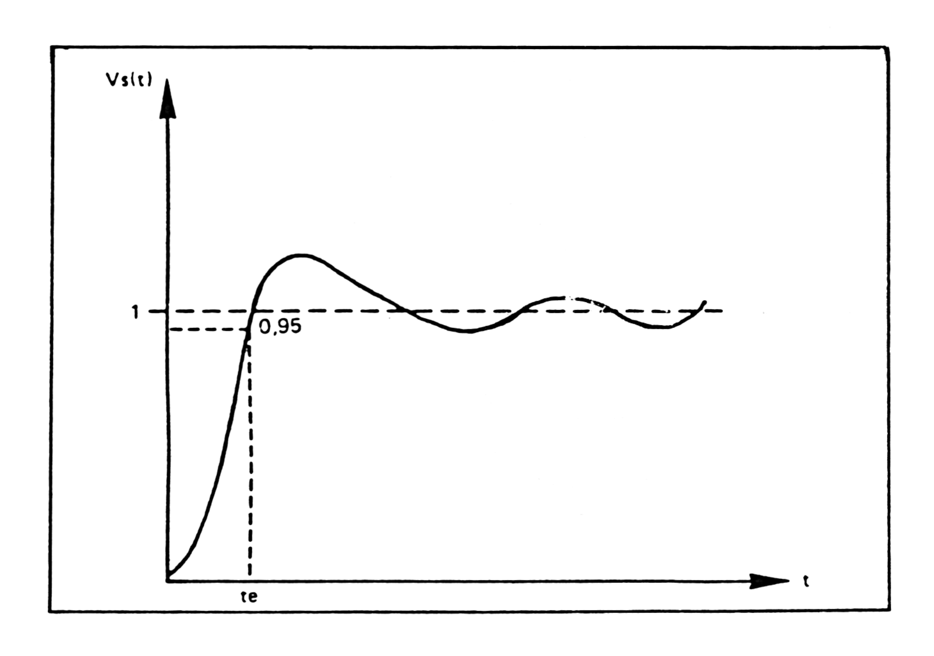
FNS(X)
FNA(X) $\dfrac{1}{1+jBX+A(jX)^2}$

FNQ(X)
FNB(X) $\dfrac{1}{1+jFX+E(jX)^2}$

Nous ajoutons $+\pi/2$ Arg ($\overline{T}$) en écrivant :

REPONSE A UN ECHELON

Dans ce cas, l'échelon est assimilé à son développement en série de Fourier limité à ses 15 premiers termes. Ceci est d'ailleurs justifié par le fait que les circuits étudiés sont du type passe-bas, et donc que l'influence des harmoniques d'ordre élevé est très faible. La période de base du signal rectangulaire est 4/fo ; le quinzième terme de la série Fourier a donc pour fréquence 31 fo/4 ; il est donc atténué au moins dans un rapport 100 (pour un circuit du 2e ordre) par rapport aux termes situés dans la bande passante.
Chaque terme de la série voit donc son module affecté de la valeur de la transmittance du filtre étudié à la fréquence correspondante, et sa phase tournée de l'argument, d'où l'intérêt de calculer celui-ci pour chaque fréquence lors de l'affichage de la transmittance. Le programme indique la largeur de l'écran exprimé en microsecondes ; il calcule également le temps d'établissement à −5 %.
La hauteur de l'échelon étant de 100 pixels, on peut ainsi mesurer directement sur l'écran les divers dépassements : un pixel égal 1 % du dépassement.



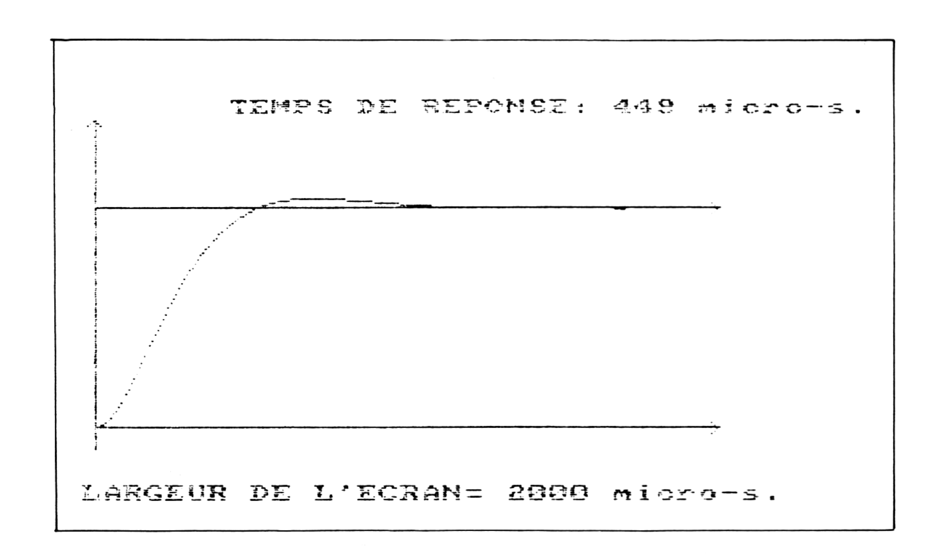

```
                FILTRES ACTIFS
                --------------
   Nous vous rappelons que les principaux
types de filtres sont:
-1 BUTTERWORTH caracterises par une
courbe de reponse plate a l'origine.
-2 LEGENDRE caracterises par une cassure
nette a la frequence de coupure.
-3 TCHEBYSCEFF caracterises par un gain
a peu pres constant dans la totalite
de la bande passante.
-4 BESSEL optimises pour la regularite
du temps de propagation de groupe dans
la bande passante.
   TAPEZ VOTRE CHOIX S.V.P. puis ENTER? 1


DONNEZ L'ORDRE DU FILTRE QUE VOUS
VOULEZ ETUDIER ( de 2 a 5 ).? 2
```

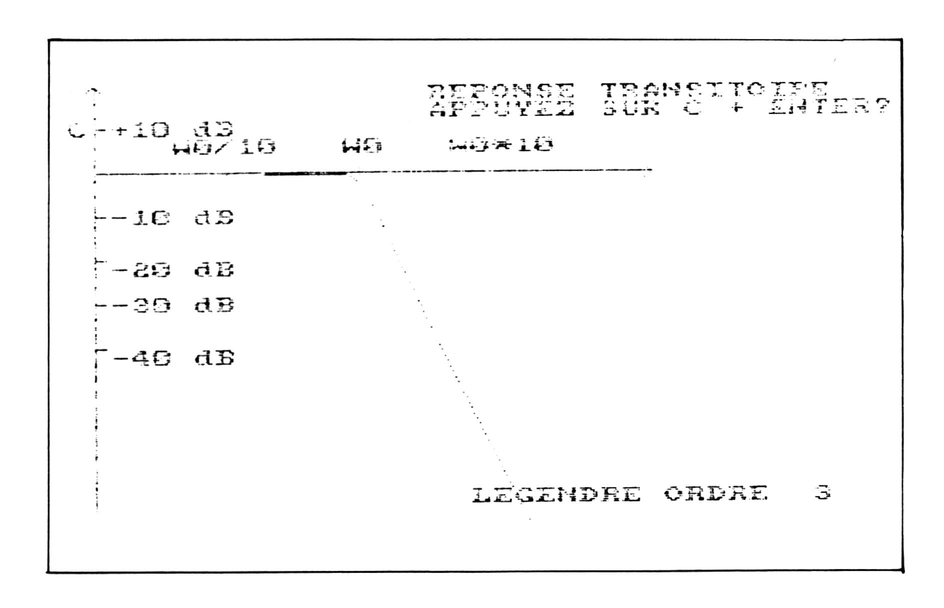
REPONSE TRANSITOIRE
APPUYEZ SUR C + ENTER?

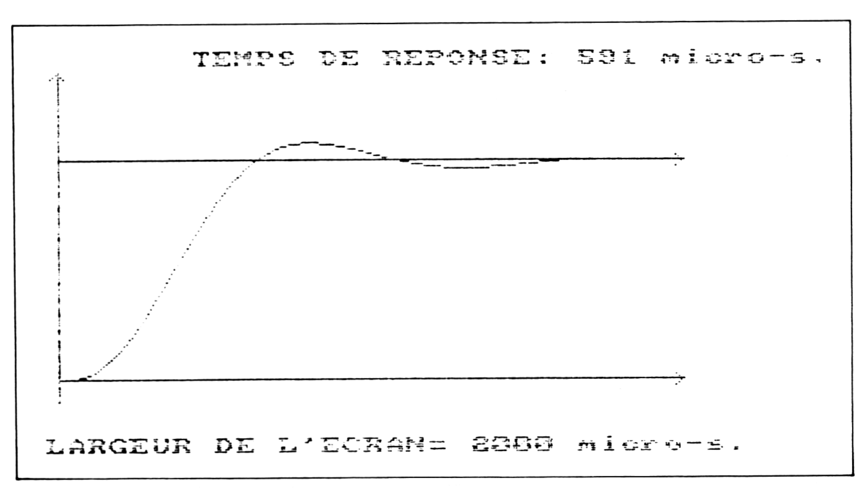
C +10 dB
W0/10 W0 W0*10
-10 dB
-20 dB
-30 dB
-40 dB

BUTTERWORTH ORDRE 2

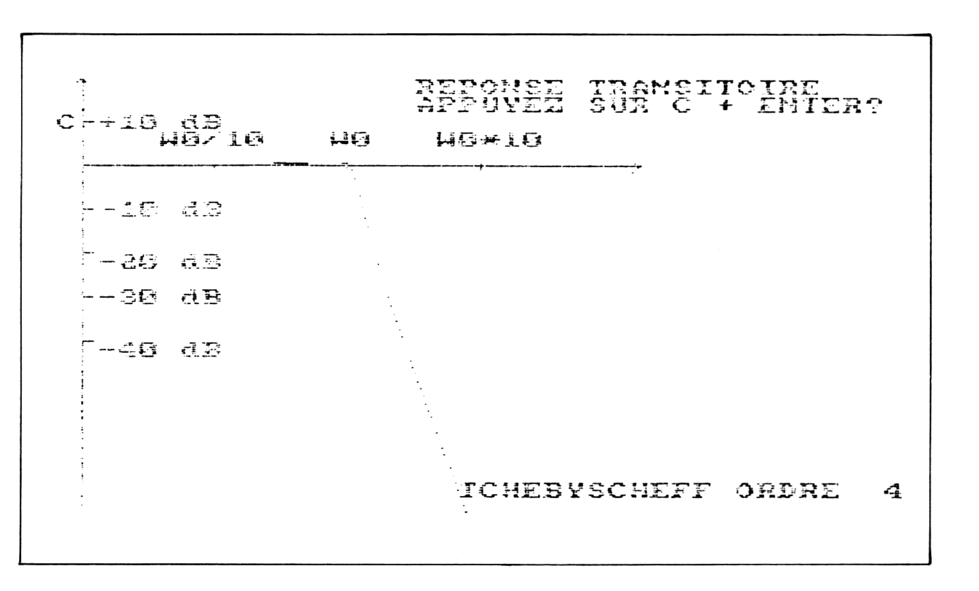


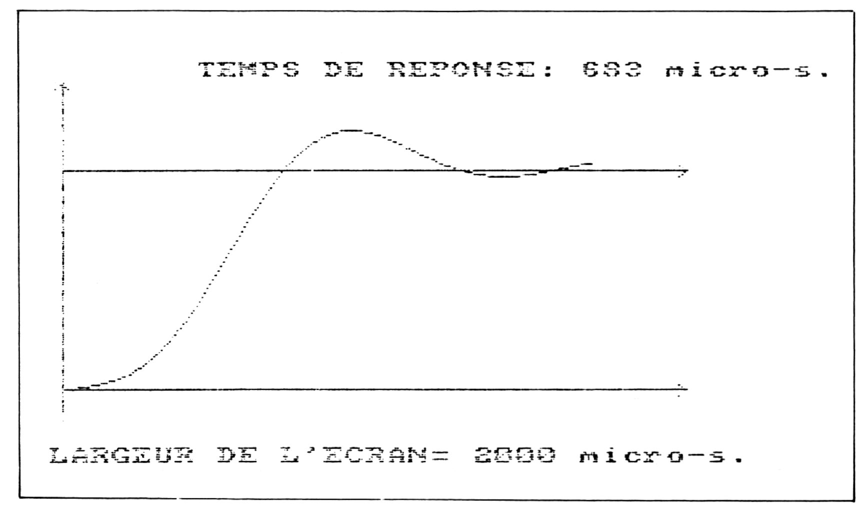
Réponse à un échelon : BUTTERWORTH ORDRE 2



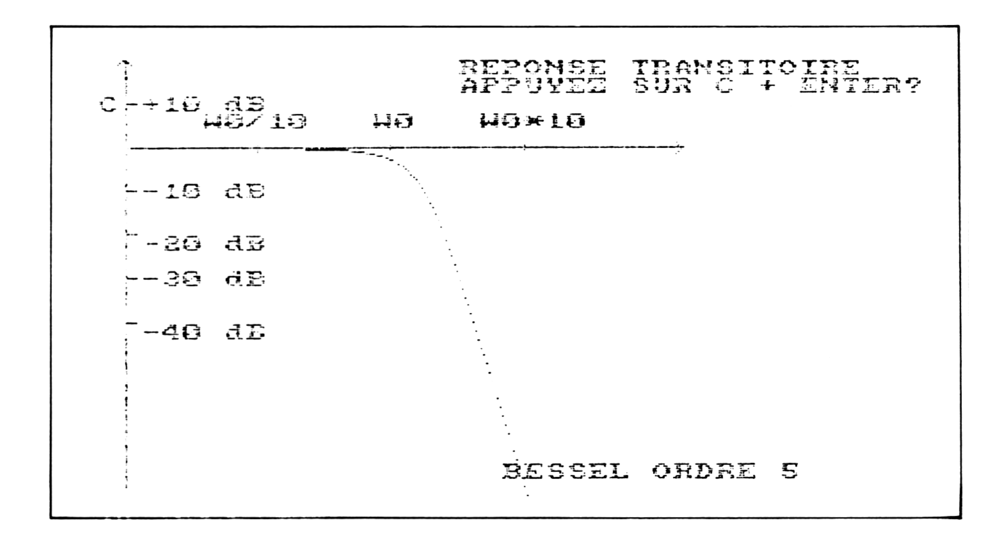


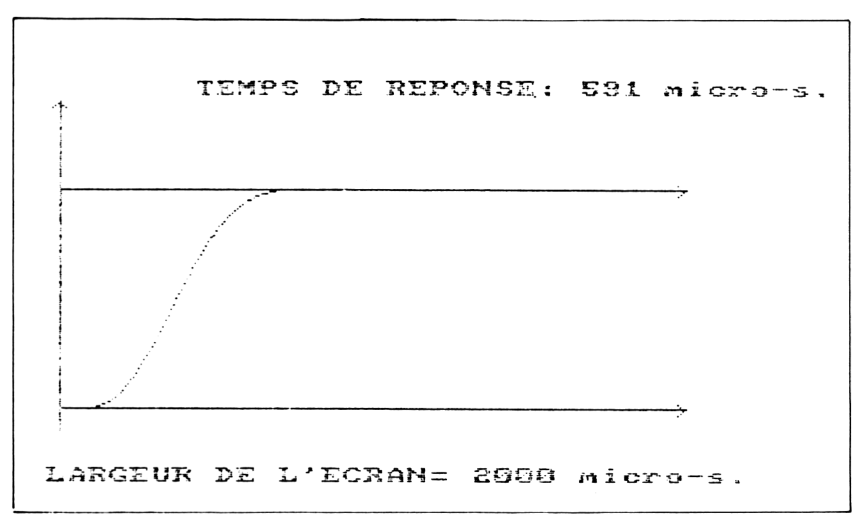
Réponse à un échelon : LEGENDRE ORDRE 3





Réponse à un échelon : TCHEBYSCHEFF ORDRE 4





Réponse à un échelon : BESSEL ORDRE 5

```
10 REM ****************************
20 REM *                          *
30 REM *      FILTRES ACTIFS      *
40 REM * DU 2 ieme AU 5 ieme ORDRE *
50 REM *                          *
60 REM ****************************
70 CLS
80 PRINT:PRINT"                    FILTRES ACTITS"
90 PRINT"                    --------------"
100 PRINT:PRINT"  Nous vous rappelons que les principauxtypes de filtr
es sont:"
120 PRINT:PRINT"-1 BUTTERWORTH caracterises par une "
130 PRINT"courbe de reponse plate a l'origine."
140 PRINT:PRINT"-2 LEGENDRE caracterises par une cassure"
150 PRINT"nette a la frequence de coupure."
160 PRINT:PRINT"-3 TCHEBYSCEFF caracterises par un gain"
170 PRINT"a peu pres constant dans la totalite"
180 PRINT"de la bande passante."
190 PRINT:PRINT"-4 BESSEL optimises pour la regularite"
200 PRINT"du temps de propagation de groupe dans"
210 PRINT"la bande passsante."
220 PRINT:PRINT"  TAPEZ VOTRE CHOIX S.V.P. puis ENTER";:INPUT Z
240 IF Z<1 OR Z>4 THEN 10
250 CLS
260 PRINT:PRINT"DONNEZ L'ORDRE DU FILTRE QUE VOUS"
270 PRINT:PRINT"VOULEZ ETUDIER ( de 2 a 5 )."; :INPUT Y
290 IF Y<2 OR Y>5 THEN 250
300 R=Y:Y=Y-1
310 CLS
320 D=10^0.02:X=1/(100*D)
330 DIM A(200):DIM B(200)
340 PLOT 20,320:DRAWR 420,0:DRAWR -5,5:DRAWR 5,-5:DRAWR -5,-5
350 PLOT 20,10:DRAWR 0,390:DRAWR -5,-5:DRAWR 5,5:DRAWR 5,-5
360 FOR N=1 TO 3:PLOT 20+100*N,316:DRAWR 0,8:NEXT
370 FOR N=0 TO 5:PLOT 20,160+40*N:DRAWR 8,0:NEXT
380 ON Z GOSUB 390,860,1330,1800
390 A$="BUTTERWORTH ORDRE"
400 ON Y GOTO 410,510,620,740
410 REM BUTTERWORTH ORDRE 2
420 A=1:B=2^0.5:A$=A$+STR$(Y+1)
430 GOSUB 2330
440 GOSUB 2290
450 FOR N=1 TO 200
```

```
460 X=X*D
470 A(N)=FNS(X):B(N)=FNA(X)
480 PLOT 20+2*N,320+80*LOG(A(N))/2.3
490 NEXT N
500 GOTO 2450
510 REM BUTTERWORTH ORDRE 3
520 A=1:B=1:C=1:A$=A$+STR$(Y+1)
530 GOSUB 2330
540 GOSUB 2270
550 GOSUB 2290
560 FOR N=1 TO 200
570 X=X*D
580 A(N)=(FNS(X)*FNP(X)):B(N)=FNA(X)+FNC(X)
590 PLOT 20+2*N,320+80*LOG(A(N))/2.3
600 NEXT N
610 GOTO 2450
620 REM BUTTERWORTH ORDRE 4
630 A=1:B=1.8477:C=1:A$=A$+STR$(Y+1)
640 E=1:F=0.7653
650 GOSUB 2310
660 GOSUB 2290
670 GOSUB 2330
680 FOR N=1 TO 200
690 X=X*D
700 A(N)=(FNS(X)*FNQ(X)):B(N)=FNA(X)+FNB(X)
710 PLOT 20+2*N.320+80*LOG(A(N))/2.3
720 NEXT N
730 GOTO 2450
740 REM BUTTERWORTH ORDRE 5
750 A=1:B=1.618:C=1:A$=A$+STR$(Y+1)
760 E=1:F=0.618
770 GOSUB 2310:GOSUB 2270
780 GOSUB 2290
790 GOSUB 2330
800 FOR N=1 TO 200
810 X=X*D
820 A(N)=(FNS(X)*FNQ(X)*FNP(X)):B(N)=FNA(X)+FNB(X)+FNC(X)
830 PLOT 20+2*N,320+80*LOG(A(N))/2.3
840 NEXT N
850 GOTO 2450
860 A$="LEGENDRE ORDRE "
870 ON Y GOTO 880,980,1090,1210
880 REM LEGENDRE ORDRE 2
```

```
890 A=1:B=2^0.5:A$=A$+STR$(Y+1)
900 GOSUB 2330
910 GOSUB 2290
920 FOR N=1 TO 200
930 X=X*D
940 A(N)=FNS(X):B(N)=FNA(X)
950 PLOT 20+2*N,320+80*LOG(A(N))/2.3
960 NEXT N
970 GOTO 2450
980 REM LEGENDRE ORDRE 3
990 A=1.0744:B=0.7417:C=1.612:A$=A$+STR$(Y+1)
1000 GOSUB 2330
1010 GOSUB 2290
1020 GOSUB 2270
1030 FOR N=1 TO 200
1040 X=X*D
1050 A(N)=FNS(X)*FNP(X):B(N)=FNA(X)+FNC(X)
1060 PLOT 20+2*N,320+80*LOG(A(N))/2.3
1070 NEXT N
1080 GOTO 2450
1090 REM LEGENDRE ORDRE 4
1100 A=2.3213:B=2.5522:A$=A$+STR$(Y+1)
1110 E=1.0552:F=0.4889
1120 GOSUB 2330
1130 GOSUB 2310
1140 GOSUB 2290
1150 FOR N=1 TO 200
1160 X=X*D
1170 A(N)=FNS(X)*FNQ(X):B(N)=FNA(X)+FNB(X)
1180 PLOT 20+2*N,320+80*LOG(A(N))/2.3
1190 NEXT N
1200 GOTO 2450
1210 REM LEGENDRE ORDRE 5
1220 A=2.0115:B=1.5614:C=2.136:A$=A$+STR$(Y+1)
1230 E=1.0406:F=0.3196
1240 GOSUB 2330
1250 GOSUB 2290
1260 GOSUB 2310:GOSUB 2270
1270 FOR N=1 TO 200
1280 X=X*D
1290 A(N)=FNS(X)*FNP(X)*FNQ(X):B(N)=FNA(X)+FNB(X)+FNC(X)
1300 PLOT 20+2*N,320+80*LOG(A(N))/2.3
1310 NEXT N
```

```
1320 GOTO 2450
1330 A$="TCHEBYSCHEFF ORDRE "
1340  ON Y GOTO 1350,1450,1560,1680
1350 REM TCHEBYSCHEFF ORDRE 2
1360 A=0.6595:B=0.9402:A$=A$+STR$(Y+1)
1370 GOSUB 2330
1380 GOSUB 2290
1390 FOR N=1 TO 200
1400 X=X*D
1410 A(N)=FNS(X):B(N)=FNA(X)
1420 PLOT 20+2*N,320+80*LOG(A(N))/2.3
1430 NEXT N
1440 GOTO 2450
1450 REM TCHEBYSCHEFF ORDRE 3
1460 A=0.8753:B=0.5483:C=1.596:A$=A$+STR$(Y+1)
1470 GOSUB 2330
1480 GOSUB 2290
1490 GOSUB 2270
1500 FOR N=1 TO 200
1510 X=X*D
1520 A(N)=FNS(X)*FNP(X):B(N)=FNA(X)+FNC(X)
1530 PLOT 20+2*N,320+80*LOG(A(N))/2.3
1540 NEXT N
1550 GOTO 2450
1560 REM TCHEBYSCHEFF ORDRE 4
1570 A=0.9402:B=0.3297:A$=A$+STR$(Y+1)
1580 E=2.8057:F=2.3755
1590 GOSUB 2310
1600 GOSUB 2290
1610 GOSUB 2330
1620 FOR N=1 TO 200
1630 X=X*D
1640 A(N)=FNS(X)*FNQ(X):B(N)=FNA(X)+FNB(X)
1650 PLOT 20+2*N,320+80*LOG(A(N))/2.3
1660 NEXT N
1670 GOTO 2450
1680 REM TCHEBYSCHEFF ORDRE 5
1690 A=2.0974:B=1.2296:C=2.759:A$=A$+STR$(Y+1)
1700 E=0.9654:F=0.2161
1710 GOSUB 2330
1720 GOSUB 2290
1730 GOSUB 2310:GOSUB 2270
1740 FOR N=1 TO 200
```

```
1750 X=X*D
1760 A(N)=FNS(X)*FNP(X)*FNQ(X):B(N)=FNA(X)+FNB(X)+FNC(X)
1770 PLOT 20+2*N,320+80*LOG(A(N))/2.3
1780 NEXT N
1790 GOTO 2450
1800 A$="BESSEL ORDRE"
1810 ON Y GOTO 1820,1920,2030,2150
1820 REM BESSEL ORDRE 2
1830 A=0.618:B=1.3616:A$=A$+STR$(Y+1)
1840 GOSUB 2330
1850 GOSUB 2290
1860 FOR N=1 TO 200
1870 X=X*D
1880 A(N)=FNS(X):B(N)=FNA(X)
1890 PLOT 20+2*N,320+80*LOG(A(N))/2.3
1900 NEXT N
1910 GOTO 2450
1920 REM BESSEL ORDRE 3
1930 A=0.4771:B=0.9996:C=0.756:A$=A$+STR$(Y+1)
1940 GOSUB 2330
1950 GOSUB 2270
1960 GOSUB 2290
1970 FOR N=1 TO 200
1980 X=X*D
1990 A(N)=(FNS(X)*FNP(X)):B(N)=FNA(X)+FNC(X)
2000 PLOT 20+2*N,320+80*LOG(A(N))/2.3
2010 NEXT N
2020 GOTO 2450
2030 REM BESSEL ORDRE 4
2040 A=0.3889:B=0.7742:A$=A$+STR$(Y+1)
2050 E=0.4889:F=1.3396
2060 GOSUB 2310
2070 GOSUB 2290
2080 GOSUB 2330
2090 FOR N=1 TO 200
2100 X=X*D
2110 A(N)=(FNS(X)*FNQ(X)):B(N)=FNA(X)+FNB(X)
2120 PLOT 20+2*N,320+80*LOG(A(N))/2.3
2130 NEXT N
2140 GOTO 2450
2150 REM BESSEL ORDRE 5
2160 A=0.4128:B=1.1401:C=0.665:A$=A$+STR$(Y+1)
2170 E=0.3245:F=0.6215
```

```
2180 GOSUB 2310:GOSUB 2270
2190 GOSUB 2290
2200 GOSUB 2330
2210 FOR N=1 TO 200
2220 X=X*D
2230 A(N)=(FNS(X)*FNQ(X)*FNP(X)):B(N)=FNA(X)+FNB(X)+FNC(X)
2240 PLOT 20+2*N,320+80*LOG(A(N))/2.3
2250 NEXT N
2260 GOTO 2450
2270 DEF FNP(X)=1/(1+(C*X)^2)^0.5
2280 DEF FNC(X)=ATN(C*X):RETURN
2290 DEF FNS(X)=1/((1-A*X^2)^2+(B*X)^2)^0.5
2300 DEF FNA(X)=ATN((A*X-1/X)/B):RETURN
2310 DEF FNQ(X)=1/((1-E*X^2)^2+(F*X)^2)^0.5
2320 DEF FNB(X)=ATN((E*X-1/X)/F):RETURN
2330 LOCATE 20,24:PRINT A$
2350 LOCATE 3,3:PRINT"+10 dB"
2360 LOCATE 3,8:PRINT"-10 dB"
2370 LOCATE 3,11:PRINT"-20 dB"
2380 LOCATE 3,13:PRINT"-30 dB"
2390 LOCATE 3,16:PRINT"-40 dB"
2400 LOCATE 6,4:PRINT"W0/10"
2410 LOCATE 14,4:PRINT"W0"
2420 LOCATE 19,4:PRINT"W0*10"
2440 RETURN
2450 LOCATE 18,1:PRINT"REPONSE TRANSITOIRE"
2460 LOCATE 18,2:PRINT"APPUYEZ SUR C + ENTER";:INPUT Z$
2470 CLS:REM REPONSE TRANSITOIRE
2480 PRINT:PRINT"REPONSE TRANSITOIRE"
2490 PRINT:INPUT "Frequence de coupure a -3 dB";F0
2500 DIM C(200):DIM D(200)
2510 FOR K=1 TO 30 STEP 2
2520 C(K)=50*LOG(25*K)/2.3
2530 NEXT K
2540 CLS
2550 T=4/(F0*480)
2560 PLOT 10,100:DRAWR 470,0:DRAWR -5,5:DRAWR 5,-5:DRAWR -5,-5
2570 PLOT 10,300:DRAWR 470,0:DRAWR -5,5:DRAWR 5,-5:DRAWR -5,-5
2580 PLOT 10,80:DRAWR 0,300:DRAWR 5,-5:DRAWR -5,5:DRAWR -5,-5
2600 LOCATE 1,23:PRINT"LARGEUR DE L'ECRAN=";((INT(200000000/F0))/100);
"micro-s."
2620 L=9*PI/40:TR=0:E=0
2630 IF R=2 OR R=3 THEN P=PI/2
```

```
2640 IF R=4 OR R=5 THEN P=PI
2650 FOR N=0 TO 199
2660 U=0:F=F0/10
2670 FOR K=1 TO 30 STEP 2
2680 U=U+(A(C(K))/K)*SIN((2*PI*N*K/480)-B(C(K))-P)
2690 NEXT K:D(N)=U
2700 PLOT 10+2*N,200+400*U/PI
2710 IF U<L AND E=0 THEN TR=TR+T
2720 IF U>L THEN E=1
2730 NEXT N
2740 LOCATE 8,1:PRINT"TEMPS DE REPONSE:";(INT(TR*1000000));"micro-s."
2750 GOTO 2750
```

Chapitre III

FOURIER

SÉRIES DE FOURIER

Le théorème de Fourier a un grand nombre d'applications. Il a surtout été employé comme base théorique de démonstration. S'il n'a guère été utilisé en pratique, c'est qu'il conduit à des calculs inextricables. Aujourd'hui, l'ordinateur permet de l'exploiter.
Ce théorème dit qu'à toute fonction périodique, peut se substituer une somme de fonctions sinusoïdales, dont les fréquences sont multiples de la fréquence fondamentale. Le nombre de termes de cette somme est infini ; voici trois exemples de développements :

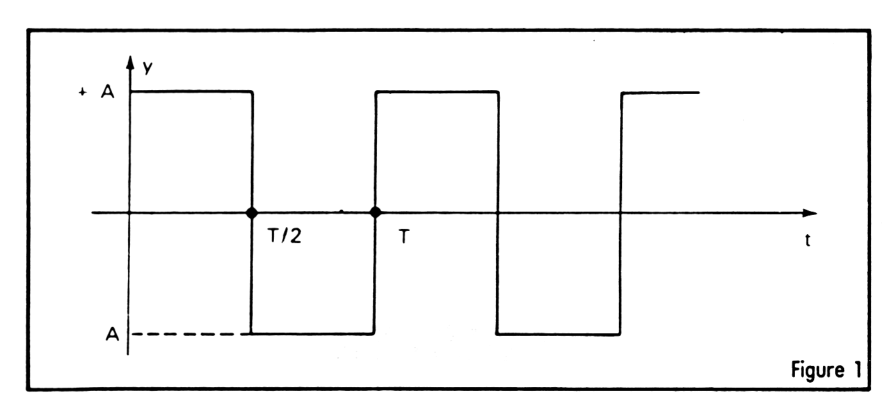


Figure 1

$$y = \frac{4A}{\pi} \left[\text{Sin } \omega t + \frac{1}{3} \text{Sin } 3\ \omega t + \frac{1}{5} \text{Sin } 5\ \omega t + \ \dots \right]$$

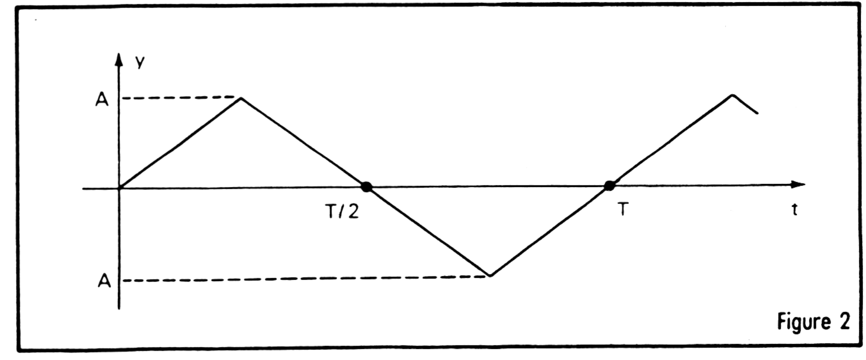


Figure 2

$$y = \frac{8A}{\pi^2} [\text{Sin } \omega t - \frac{1}{9} \text{Sin } 3\ \omega t + \frac{1}{25} \text{Sin } 5\ \omega t - \ \dots$$

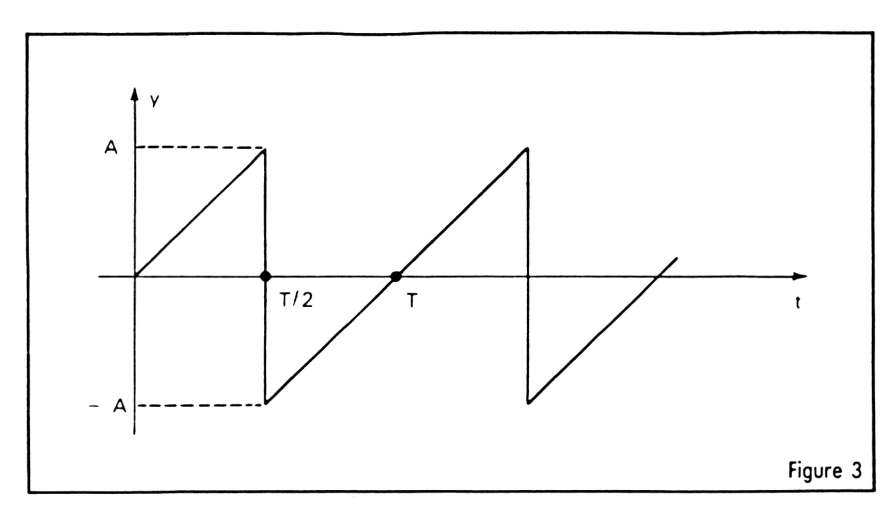


Figure 3

$$y = \frac{2A}{\pi}\left[\text{Sin } \omega t - \frac{\text{Sin } 2\ \omega t}{2} + \frac{\text{Sin } 3\ \omega t}{3} - \ \dots\ \right]$$

LE PROGRAMME N° 1

Il est démonstratif. Il propose de montrer sur l'écran la forme du signal obtenu quand on emploie K harmoniques. On visualise une période et demie du signal 3 pris en exemple. Après chaque balayage d'écran, un nouveau signal, augmenté d'un harmonique, vient remplacer le précédent.

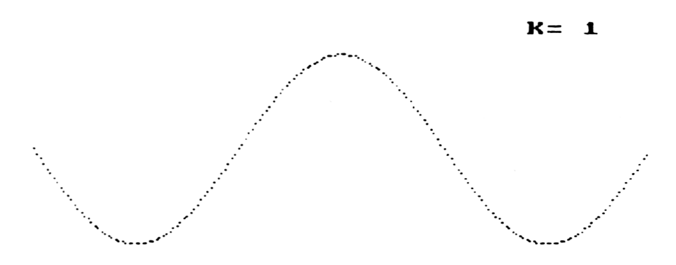
LES VARIABLES

A(200) : contient la position de tous les points de la courbe sur l'écran.
K : nombre d'harmoniques pris en compte.
T : variable temps. La période du signal correspond à 120 points ; T varie de 0 à 179 ; une période et demie du signal est ainsi affichée.
Y : valeur de l'harmonique K au temps T ; A (T) est la somme, au temps T, de tous les harmoniques de rang inférieur à K.

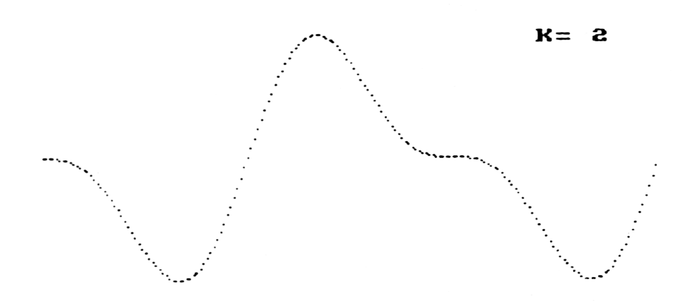
RECONSTITUTION D'UN SIGNAL
EN DENTS DE SCIE AVEC :

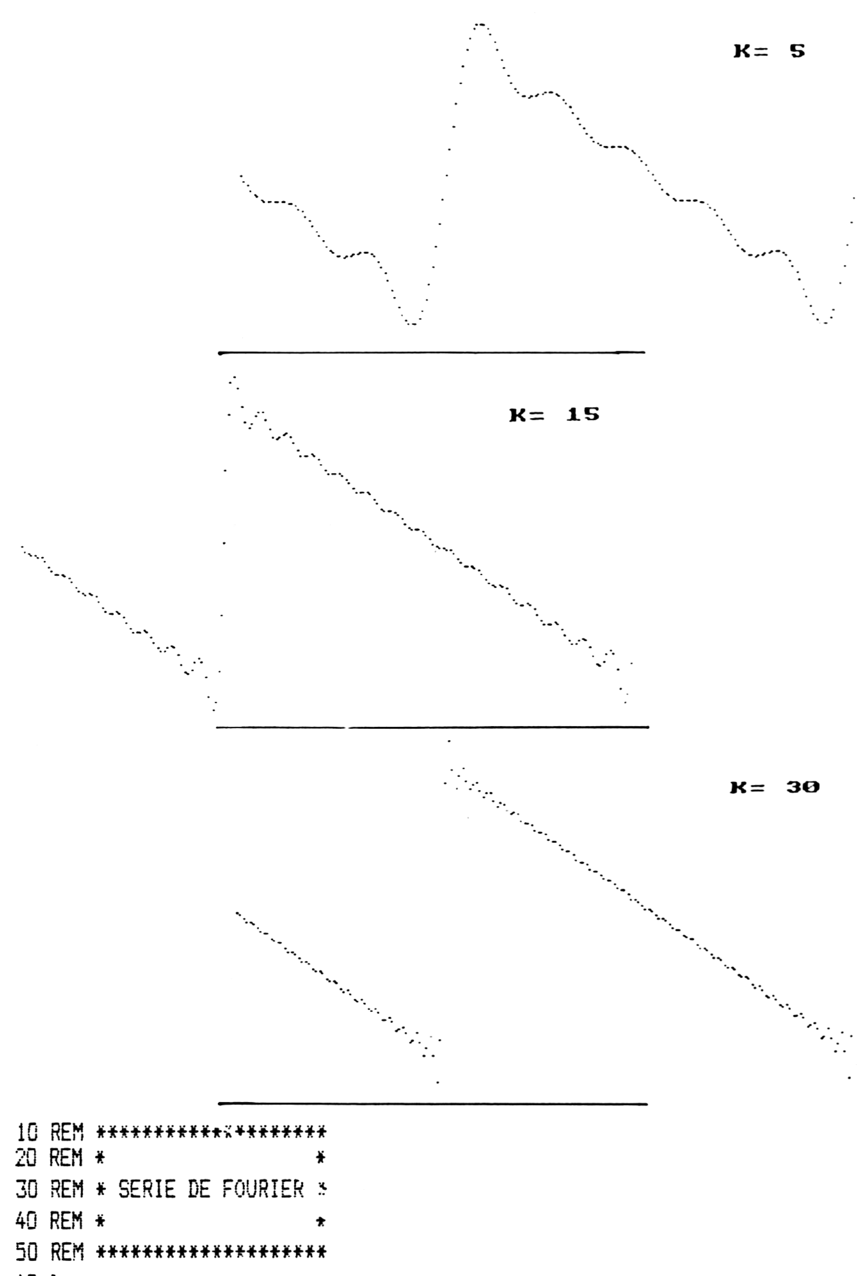
1 terme (le fondamental)

```
Voulez-vous superposer les courbes?O/N?
N
```



2 termes (le fondamental et le premier harmonique).

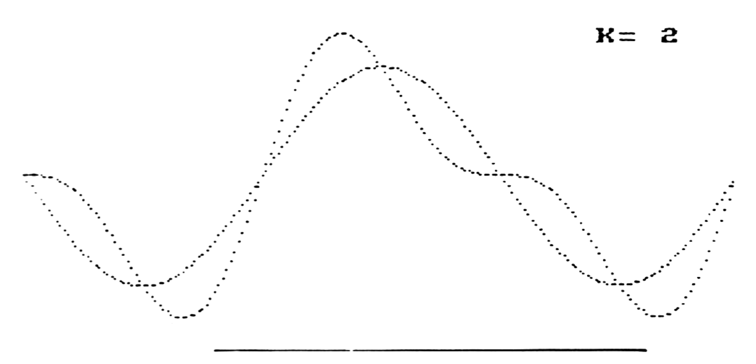




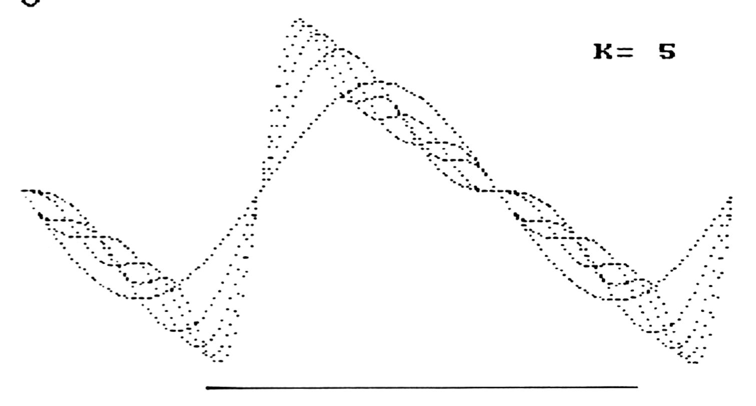

```
10 REM ****************************
20 REM *                          *
30 REM * SERIE DE FOURIER *
40 REM *                          *
50 REM ****************************
60 '
70 INK 0,0:INK 1,26:PAPER 0:PEN 1
80 DIM A(200)
90 CLS:PRINT "Voulez-vous superposer les courbes (O/N)?"
```

SERIES DE FOURNIER

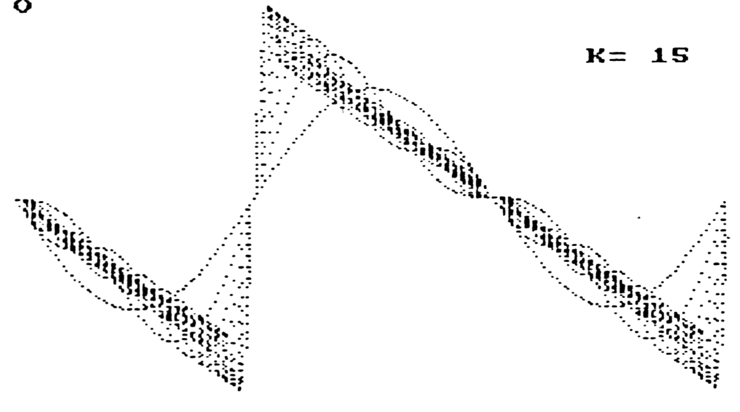
Voulez-vous superposer les courbes?O/N?
O



Voulez-vous superposer les courbes?O/N?
O



Voulez-vous superposer les courbes?O/N?
O



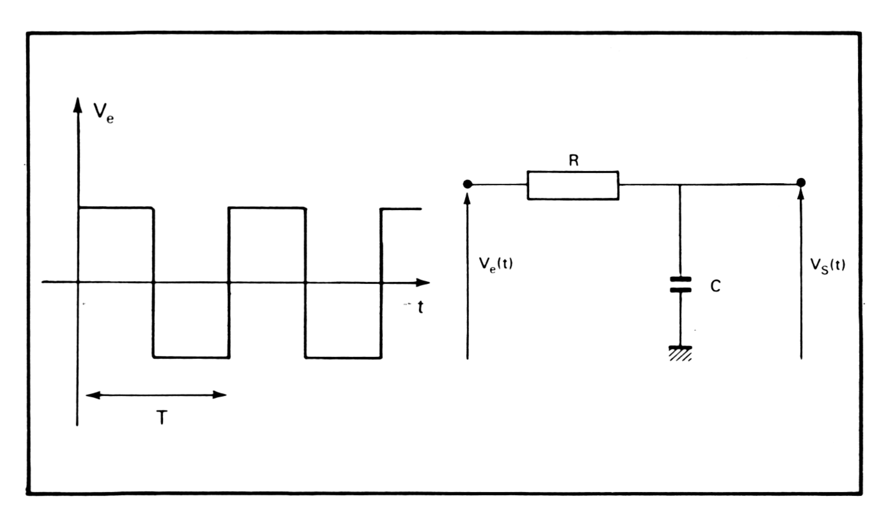
```
95 A$=INKEY$:IF A$="" THEN 95
100 IF A$="O" THEN N=1
110 CLS
120 FOR K= 1 TO 30:REM K EST LE NOMBRE D'HARMONIQUES PRIS EN COMPTE
150 L=1
160 IF INT(K/2)=K/2 THEN L=-1
180 B$="K="+STR$(K)
210 LOCATE 28,5:PRINT B$
240 FOR T=0 TO 179
250 Y=L*SIN(K*PI*T/60)/K
270 A(T)=A(T)+Y
310 PLOT 3*T,200-100*A(T)
320 NEXT T
330 IF K=30 THEN END
335 IF N=1 THEN 350
340 CLS
350 NEXT K
```

APPLICATION DE LA SERIE DE FOURIER

Lorsqu'un signal non sinusoïdal est appliqué à un circuit électrique, il peut être difficile de déterminer le régime permanent correspondant à la tension de sortie de ce circuit. Nous allons voir qu'un ordinateur, dont la capacité de calcul est infinie, permet de résoudre un tel problème. Nous proposons donc :

— de relever (ou de calculer) le module et la phase de la transmittance du circuit étudié en régime sinusoïdal permanent, ce qui en général est aisé à faire ;
— de construire le signal de sortie du circuit, en le remplaçant par sa série de Fourier, chaque terme de celle-ci étant "pondéré" par le module et la phase de la transmittance du circuit à la fréquence correspondante.

LE PROGRAMME est très simple. Il prend comme exemple le cas d'un circuit intégrateur RC du premier ordre, soumis à une tension rectangulaire.



$$|\overline{T}| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \qquad \varphi = - \text{Arc tg } RC\omega$$

RC est la constante du temps du circuit, ω la pulsation du signal sinusoïdal incident.
Ce programme permet de comparer sur l'écran la réponse calculée par la série de Fourier du signal d'entrée et la réponse exacte, définie par une équation du type : 1 – exp(– T/RC) (en toute rigueur, cette réponse n'est "exacte" que dans la mesure où RC est le dixième de la période du signal).
Remarquons toutefois que le cas pris en exemple est un peu particulier, dans la mesure où il s'agit d'un filtre de type passe bas et donc pour lequel les harmoniques de rang élevé ne jouent aucun rôle.
La période du signal To est égale à 200 (points).

Quel est l'intérêt de cette méthode ? En effet, on pourra constater l'extrême lenteur de celle-ci en faisant tourner le programme. Le principal avantage que l'on peut en tirer, et qui est loin d'être négligeable, est que cet algorithme fournit directement le régime "permanent" du circuit, sans passer par le régime transitoire. Le tracé direct de la solution (en bas sur les photos) ne conduit à la solution que si RC«To. Pour RC > To, il faudrait tenir compte du fait que la valeur moyenne de la tension de sortie est nulle (signal aligné sur l'axe). Même une intégration directe de l'équation différentielle fournirait, dans un premier temps, le régime transitoire du circuit.
Nous utiliserons cette méthode dans le programme consacré aux filtres du 2e au 5e ordre.

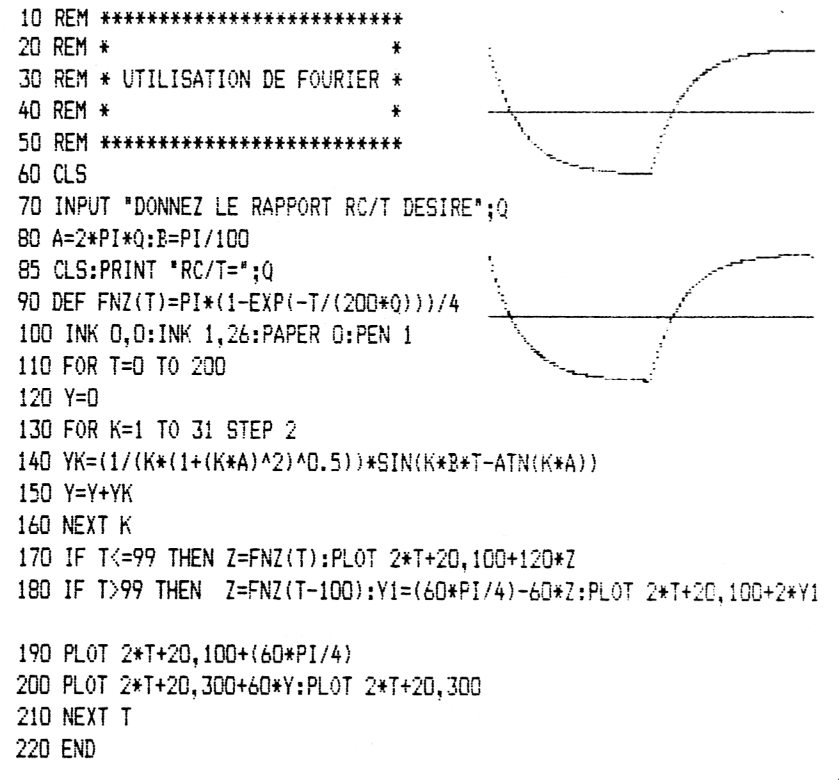
LE PROGRAMME

Il suffit d'introduire, sur la demande de l'ordinateur, la valeur du terme Q = RC/To, seul paramètre jouant sur la forme des courbes.

Ligne 90 : définition de la solution "exacte".
Lignes 130 à 160 : calcul de la tension de sortie pour la série de Fourier.
Lignes 170 à 200 : affichage des points et des axes.

LES VARIABLES

A et B sont les paramètres de calcul RC/To = Q.
A = 2πRC/To ; B = 2π/To ; ici, To = 200.
K : numéro de l'harmonique calculé.
YK : harmonique de rang K.
Y : fonction calculée avec K harmoniques.

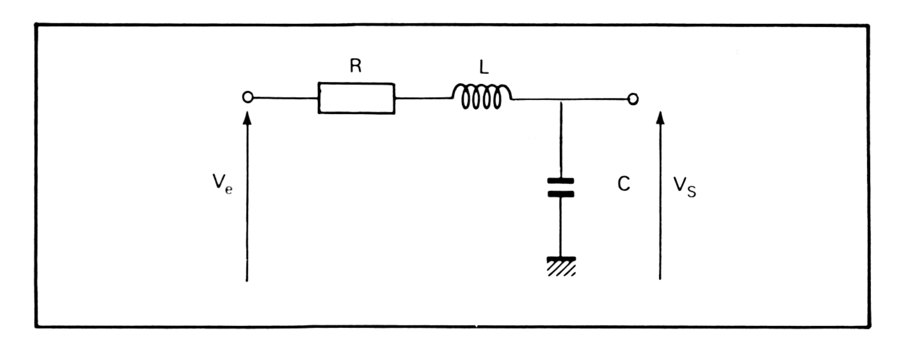


```
10 REM **************************
20 REM *                        *
30 REM * UTILISATION DE FOURIER *
40 REM *                        *
50 REM **************************
60 CLS
70 INPUT "DONNEZ LE RAPPORT RC/T DESIRE";Q
80 A=2*PI*Q:B=PI/100
85 CLS:PRINT "RC/T=";Q
90 DEF FNZ(T)=PI*(1-EXP(-T/(200*Q)))/4
100 INK 0,0:INK 1,26:PAPER 0:PEN 1
110 FOR T=0 TO 200
120 Y=0
130 FOR K=1 TO 31 STEP 2
140 YK=(1/(K*(1+(K*A)^2)^0.5))*SIN(K*B*T-ATN(K*A))
150 Y=Y+YK
160 NEXT K
170 IF T<=99 THEN Z=FNZ(T):PLOT 2*T+20,100+120*Z
180 IF T>99 THEN  Z=FNZ(T-100):Y1=(60*PI/4)-60*Z:PLOT 2*T+20,100+2*Y1

190 PLOT 2*T+20,100+(60*PI/4)
200 PLOT 2*T+20,300+60*Y:PLOT 2*T+20,300
210 NEXT T
220 END
```

UTILISATION DE LA SERIE DE FOURIER

Le programme précédent a montré la méthode qui permet de trouver le régime permanent d'un circuit dans le cas d'une sollicitation quelconque, dans la mesure où l'on connaît à la fois le développement en série de Fourier de la sollicitation et la réponse en fréquence (module et phase) du circuit considéré. Nous allons utiliser cette méthode pour trouver la réponse d'un filtre passe bas du second ordre à un échelon (problème traité par ailleurs dans cet ouvrage, puisque dans ce cas particulier, on connaît l'équation différentielle qui régit le fonctionnement d'un tel circuit).
Le circuit étudié est donc le suivant :



On a $\bar{} = \dfrac{\overline{V}_S}{\overline{V}_E} = \dfrac{1}{1 + 2jm\dfrac{\omega}{\omega 0} + (j\dfrac{\omega}{\omega 0})^2}$

avec $Q = \dfrac{1}{2m} = \dfrac{L\omega 0}{R}$ et $\omega 0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

c'est-à-dire, en module et en phase :

$$|T\omega| = \frac{1}{\sqrt{(1 - \dfrac{\omega^2}{\omega 0^2})^2 + (2m\dfrac{\omega}{\omega 0})^2}}$$

$$; \varphi\omega = \text{Arg }(T) = -\text{Arc tg }\frac{2m\ \omega/\omega 0}{1 - \omega^2/\omega^2 0}$$

Chaque tenue du développement en série de Fourier de Ve, de la forme 1/K sin K ω t devient donc, en sortie : $1/K \times |T\omega| \times \sin(K\omega t - \varphi\omega)$.

La recomposition de la série de Fourier après traitement de chacun de ses termes, donne la série de Fourier relative à la tension de sortie.

LE PROGRAMME

On pose $\frac{\omega F}{\omega 0} = C$, en appelant ωF la pulsation du terme fondamental. Ainsi, pour chaque harmonique de rang K :

$$\frac{\omega}{\omega 0} = \frac{K\omega F}{\omega 0} = KC.$$

Nous étudions ainsi un signal rectangulaire, dont la fréquence est C fois la fréquence propre du circuit. D'autre part, pour le fondamental (K = 1), on a:

$$\omega Ft = \frac{2\pi t}{200}$$

ce qui fait que 200 points sur l'écran correspondent à une période, aussi un choix est-il possible au début du programme : affichage d'une demi-période (réponse à un échelon) ou d'une période complète (réponse à un signal rectangulaire). Comme pour le programme précédent, nous obtenons dans tous les cas le régime permanent (le régime transitoire est étudié par ailleurs dans ce livre).

Lignes 130 à 210 : calcul de la tension de sortie par le développement en série de Fourier.

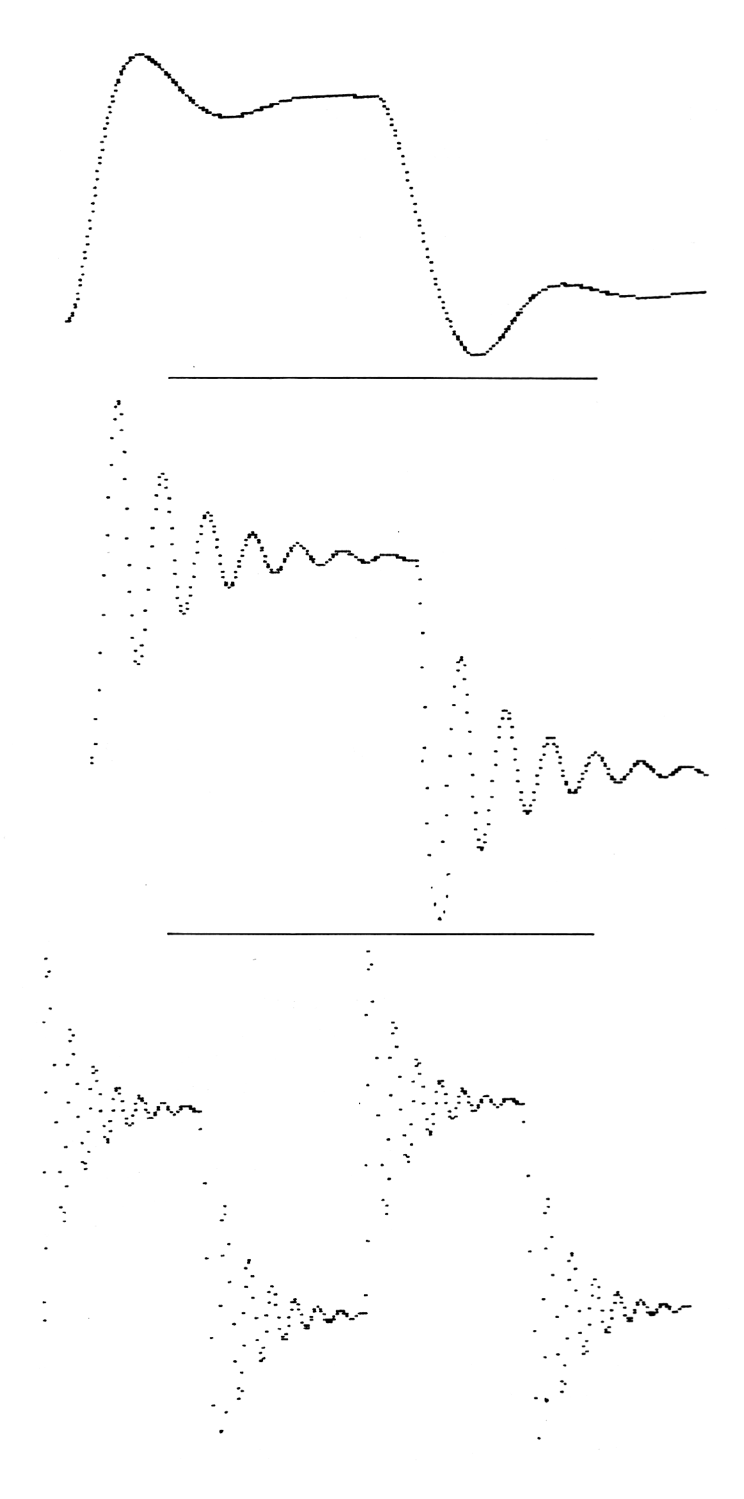
LES VARIABLES

m : coefficient d'amortissement du circuit.
T : variable temps.
K : rang de l'harmonique considéré.
A : valeur de $1 - \frac{\omega^2}{\omega^2 0}$
B : valeur de 2m $\omega/\omega 0$ pour le rang K.
AK : inverse de l'amplitude de l'harmonique de rang K.
PH : valeur de $\varphi K\omega$.
YK : valeur de l'harmonique de rang K au temps t.
Y : somme des harmoniques.

```
10 REM ******************************
20 REM *                            *
30 REM * UTILISATION DE FOURIER (3) *
40 REM *                            *
50 REM ******************************
60 T0=200
70 CLS
80 INPUT "DONNEZ LE COEFFICIENT D'AMORTISSEMENT   DE VOTRE CIRCUIT
   ";M
90 PRINT:INPUT "DONNEZ LE RAPPORT Fi/Fo";C
100 PRINT:INPUT "VOULEZ-VOUS LA REPONSE A UN ECHELON (1)OU A UN SIGNAL
 RECTANGULAIRE(2)";N
110 CLS
120 I=0
130 FOR T=0 TO 100*N STEP N/2
140 FOR K=1 TO 10/C STEP 2
150 A=1-(K*C)^2
160 B=2*M*K*C
170 AK=K*((A^2+B^2)^0.5)
180 PH=ATN(B/A)
190 IF PH<0 THEN PH=PI+PH
200 YK=(1/AK)*SIN((2*K*PI*T/200)-PH)
210 Y=Y+YK
220 NEXT K
230 PLOT 20+2*I,200+100*Y
240 PLOT 20+2*I,200
250 Y=0
260 I=I+1
270 NEXT T
280 END
```

Remarquer que le choix du nombre d'harmoniques pris en compte est asservi au rapport C = Fi/Fo. En effet, on peut estimer que tous les harmoniques de fréquence supérieure à 10 Fo sont complètement éliminés par le filtre (atténuation de l'ordre de − 40 dB, soit atténuation d'un rapport 100). Le dernier harmonique à considérer a donc une fréquence de l'ordre de 10 Fo, d'où, pour la plus grande valeur de K :

$$KFi = 10\ Fo = KCFo \rightarrow KC = 10 \rightarrow K = \frac{10}{C}$$



CALCUL DES COEFFICIENTS D'UNE SERIE DE FOURIER

La série de Fourier d'une fonction périodique s'écrit :

$$f(t) = A_0 + A_1 \sin \frac{2\pi t}{T} + A_2 \sin (2 \times \frac{2\pi t}{T}) + \ldots$$

$$+ B_1 \cos \frac{2\pi t}{T} + B_2 \cos (2 \times \frac{2\pi t}{T}) + \ldots$$

Les coefficients se calculent par les relations :

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t)\, dt \ ; \ A_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \times \sin(n \times \frac{2\pi t}{T})dt$$

$$\text{et } B_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \times \cos(n \times \frac{2\pi t}{T})dt$$

Le calcul n'est aisé que pour des fonctions f(t) simples.
Nous proposons de remplacer les intégrales précédentes par des sommes en nombre fini. Ainsi :

$$\frac{2}{T} \sum_0^T f(t) \times \sin(n \times \frac{2\pi t}{T})dt \text{ devient}$$

$$\frac{2}{T} \sum_0^T f(t) \times \sin(n \times \frac{2\pi t}{T}) \times \Delta t$$

t variant de 0 à T par bonds de $\Delta t : \Delta t = 1$ (point).
Nous définissons la période de f(t) comme étant égale à 200 (points). Un tableau contient les 200 valeurs prises par f(t) sur cet intervalle. Nous faisons le calcul dans le cas d'un signal rectangulaire ($f(t) = 1$ pour $1 \leq t \leq 100$ et -1 pour $101 \leq t \leq 200$). La série de Fourier correspondante est alors connue et permet de chiffre la précision de la méthode (6% sur 21° harmonique). Les termes trop petits et non significatifs (inférieurs à 10^{-4}) sont éliminés. Une meilleure précision pourrait être obtenue en définissant f(t) sur un plus grand nombre de points.

LE PROGRAMME

Il y a un affichage par ligne sur l'écran du numéro de l'harmonique et des valeurs de A_n et de B_n.

Lignes 120 à 190 : calcul de la somme correspondant à l'intégrale à

		évaluer pour l'harmonique de rang N.
Ligne 210	:	calcul de la valeur exacte de l'amplitude de l'harmonique de rang N (seulement valable pour l'exemple proposé, à titre de comparaison. Supprimer cette ligne pour d'autres cas).
Ligne 240	:	mise en mémoire des valeurs calculées.
Lignes 270 à 290	:	définition de la fonction étudiée. Peut-être remplacée par une autre fonction, de période égale à 200 points.
Lignes 310 à 340	:	mise en page sur l'écran.
Lignes 350 à 390	:	mise en page sur l'imprimante.

LES VARIABLES

A(200)	:	valeurs de la fonction étudiée [f(t)].
S(30) et C(30)	:	matrices contenant les valeurs calculées des coefficients A_n et B_n.
E(30)	:	contient les coefficients (A_n) exacts de la série des sinus.
N	:	numéro de l'harmonique.
T	:	variable de temps.
ST	:	valeur d'un élément de la somme correspondant au calcul de A_n.
CT	:	idem, mais pour B.
SE	:	valeur exacte du coefficient A_n.
U	:	variable de boucle locale.

N	SINUS		COSINUS	
	calcule	exact	calcule	exact
1	1.273	1.273	-.020	0
2	0.000	0.000	-.000	0
3	0.424	0.424	-.020	0
4	-.000	0.000	-.000	0
5	0.254	0.255	-.020	0
6	0.000	0.000	-.000	0
7	0.181	0.182	-.020	0

8	-.000	0.000	0.000	0
9	0.141	0.141	-.020	0
10	-.000	0.000	0.000	0
11	0.115	0.116	-.020	0
12	0.000	0.000	-.000	0
13	0.097	0.098	-.020	0
14	-.000	0.000	0.000	0
15	0.083	0.085	-.020	0
16	0.000	0.000	0.000	0
17	0.073	0.075	-.020	0
18	0.000	0.000	-.000	0
19	0.065	0.067	-.020	0
20	-.000	0.000	-.000	0
21	0.058	0.061	-.020	0
22	-.000	0.000	-.000	0
23	0.053	0.055	-.020	0
24	0.000	0.000	0.000	0
25	0.048	0.051	-.020	0
26	-.000	0.000	0.000	0
27	0.044	0.047	-.020	0
28	-.000	0.000	0.000	0
29	0.041	0.044	-.020	0

```
30 0.000    0.000    -.000    0
10 REM *****************
20 REM *               *
30 REM *  COEFFICIENTS  *
40 REM * D'UNE SERIE DE *
50 REM *    FOURIER     *
60 REM *               *
70 REM *****************
80 CLS:INPUT "DESIREZ VOUS UNE SORTIE IMPRIMANTE";A$
100 DIM A(200):DIM S(30):DIM C(30):DIM E(30)
110 GOSUB 270
120 FOR N=1 TO 30
130 S=0:C=0
140 FOR T=1 TO 200
150 ST=A(T)*SIN(2*PI*N*T/200)
160 S=S+ST
170 CT=A(T)*COS(2*PI*N*T/200)
180 C=C+CT
190 NEXT T
200 S=S/100:C=C/100
210 IF INT(N/2)-N/2<>0 THEN SE=4/(PI*N):SE=INT(SE*10000)/10000 ELSE SE
=0
220 IF A$="O" THEN GOSUB 380
230 PRINT N;:PRINT TAB(5);:PRINT USING"#.###";S;:PRINT TAB(13);:PRINT
USING"#.###";SE;:PRINT TAB(21);:PRINT USING"#.###";C;:PRINT TAB(29);"0
"
240 S(N)=S:C(N)=C:E(N)=SE
250 NEXT N
260  END
270 REM EXEMPLE SIGNAL CARRE
280 FOR U=0 TO 100:A(U)=1:NEXT
290 FOR U=101 TO 200:A(U)=-1:NEXT
300 CLS
310 PRINT" N" TAB(9) "SINUS" TAB(23) "COSINUS"
320 PRINT TAB(5) "calcule exact  calcule exact":PRINT
330 IF A$="O" THEN GOSUB 350
340 RETURN
350 PRINT #8," N" TAB(9) "SINUS" TAB(23) "COSINUS"
360 PRINT #8,"" TAB(5) "calcule exact  calcule exact"
370 RETURN
380 PRINT #8,N TAB(5) "";:PRINT #8, USING"#.###";S;:PRINT #8, TAB(13)
"";:PRINT #8, USING"#.###";SE;:PRINT #8, TAB(21) "";:PRINT #8, USING"#
.###";C;:PRINT #8, TAB(29) "0"
390 RETURN
```

Chapitre IV

RÉGIMES TRANSITOIRES

REGIMES TRANSITOIRES DU PREMIER ORDRE

Le programme propose une étude systématique des circuits RC du premier ordre, pouvant être soumis à différentes sollicitations (signaux triangulaires, rectangulaires et sinusoïdaux). Le régime étudié est donc le régime transitoire de ces circuits. En laissant le programme se dérouler un certain temps, on voit apparaître le régime permanent. La gamme des signaux proposés n'est pas limitative. On peut en utiliser d'autres qui seront définis, soit sous forme de fonctions, s'ils ont une expression analytique FNA(T), soit sous forme de d'éléments de tableau A(T). Le problème est résolu par l'intégration numérique de l'équation différentielle. L'étude de tout circuit défini par le même genre d'équation se fera donc de manière identique.
Le programme se présente sous forme de menu. Il faut d'abord choisir le circuit dont on veut étudier le fonctionnement (tableau 1), puis la forme du signal et leurs caractéristiques (tableau 2). Ensuite, l'écran montre le signal d'entrée choisi et le signal de sortie correspondant. Comme toujours, les premières courbes obtenues sur l'écran représentent le régime transitoire du circuit. En général, et sauf cas particulier, le second passage représente déjà le régime permanent, c'est-à-dire celui que l'on observerait sur l'écran d'un oscilloscope dans les mêmes conditions.

LE PROGRAMME

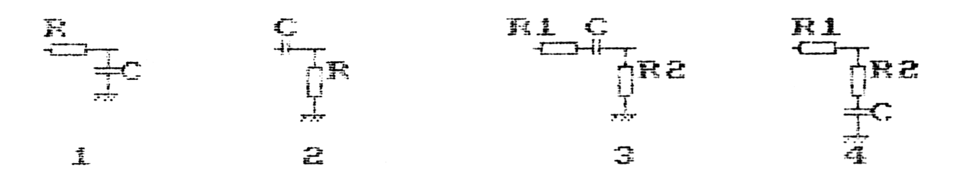
Lignes 90 à 190	: définition des dessins
Lignes 900 à 1540	: premier tableau : choix du circuit
Ligne 1560	: deuxième tableau : choix du signal
Ligne 1610	: introduction des valeurs numériques
Lignes 1700 à 1750	: initialisation des calculs
Lignes 1760 à 1910	: caculs :
Lignes 1990 à 2020	: sous-programmes relatifs à chaque circuit
Lignes 2030 à 2110	: rappel des paramètres en cours sur l'écran

LES VARIABLES

N	: numéro du circuit choisi.
K	: numéro du signal choisi.
R, R1, R2, C	: valeurs numériques des éléments du circuit choisi.
F	: fréquence du signal d'entrée.
VO	: tension initiale (à t = o) sur le condensateur.

V	:	tension d'entrée (en V) crête à crête (elle est supposée sans composante continue).
DT	:	intervalle de calcul, pris égal à 1/(200 F). L'écran complet contient donc une période du signal d'entrée.
T	:	variable temps (il y a 200 intervalles sur une période).
L	:	variable imposée par la discontinuité des signaux considérés : L = 0 pour la première demi-période, L = 1 pour la seconde demi-période.
A, D	:	variables de position relatives à VE (tension d'entrée : valeur crête) et à VS (tension de sortie) pour l'imprimante).
VE	:	valeur instantanée de la tension d'entrée.
I	:	intensité instantanée du courant dans le circuit.
DV	:	variation de la tension aux bornes du condensateur pendant l'intervalle de temps DT.
VC	:	tension aux bornes du condensateur à l'instant T.
FNA(T)	:	fonction correspondant à la tension d'entrée.

Pour la partie du programme comprise entre 2000 et 3050, on se référera à l'annexe relative à l'imprimante.




```
CHOISISSEZ LE CIRCUIT DONT VOUS
VOULEZ ETUDIER LE FONCTIONNEMENT
? 1
```

```
Quel signal voulez-vous lui appliquer?
   * Rectangulaire (1)
   * Triangulaire  (2)
   * Sinusoidale   (3)
? 1

Quelles sont ses caracteristiques

R=? 10000

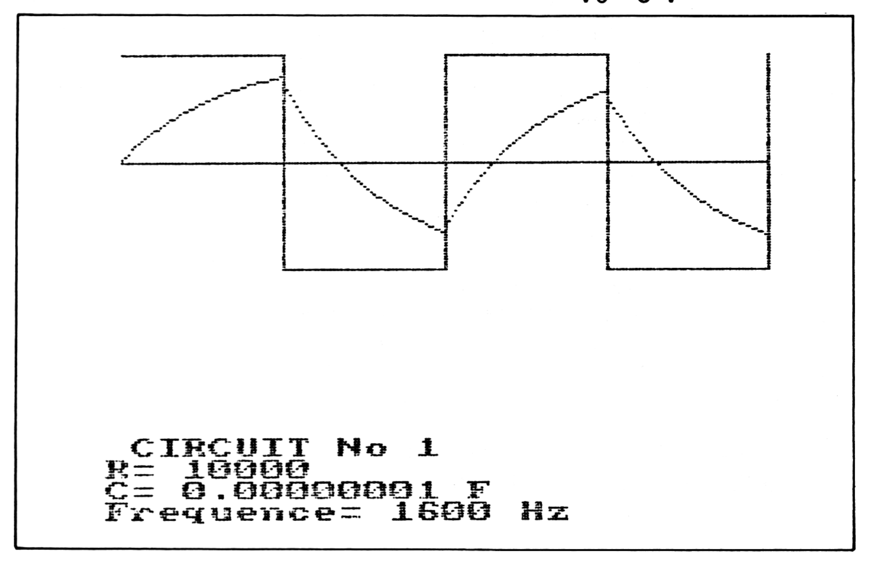
C=? 1E-8

Frequence du signal d'entree? 1600

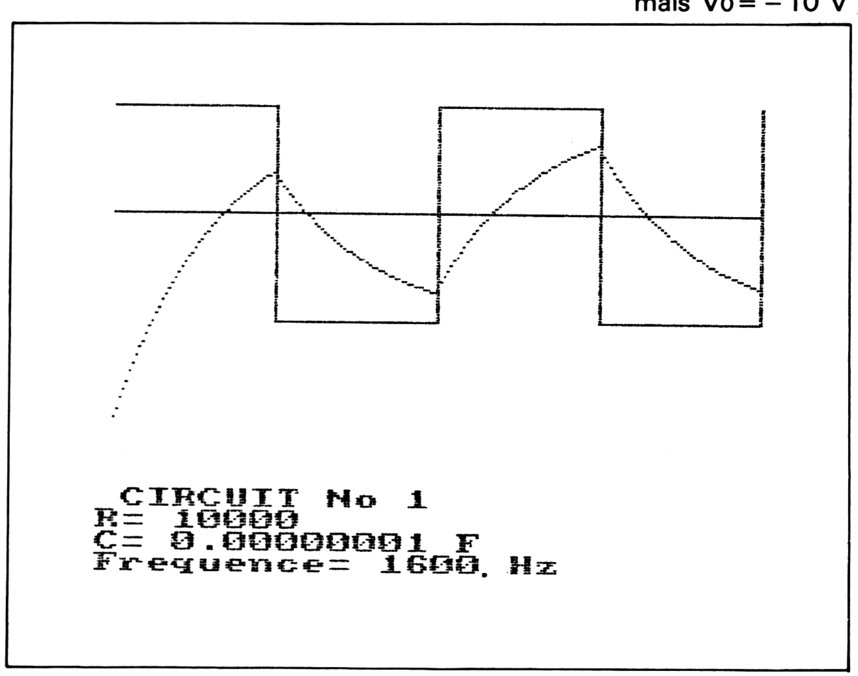
Tension d'entree? 10

Tension initiale sur la capacite? 0
```

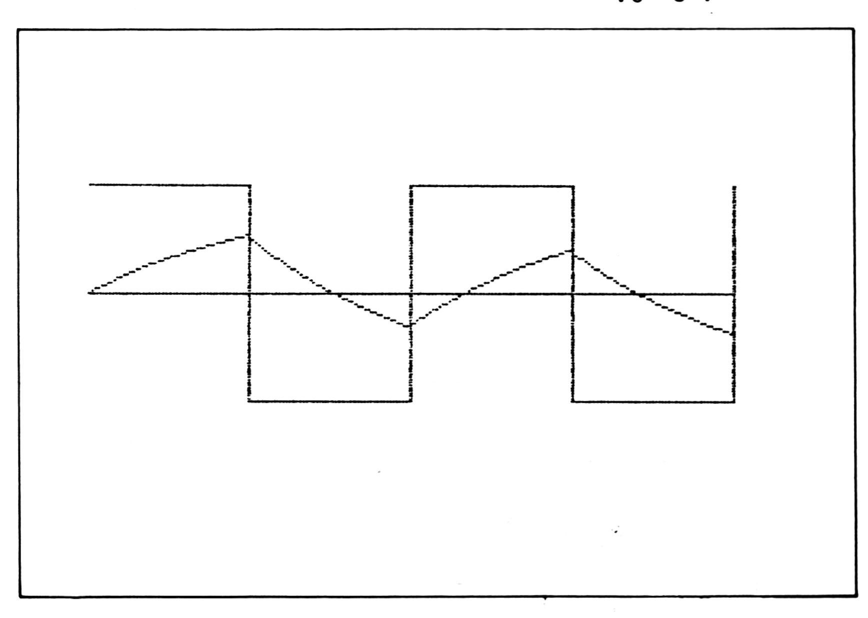
(1) Signal rectangulaire
V = 10 V crête à crête
Vo = 0 V



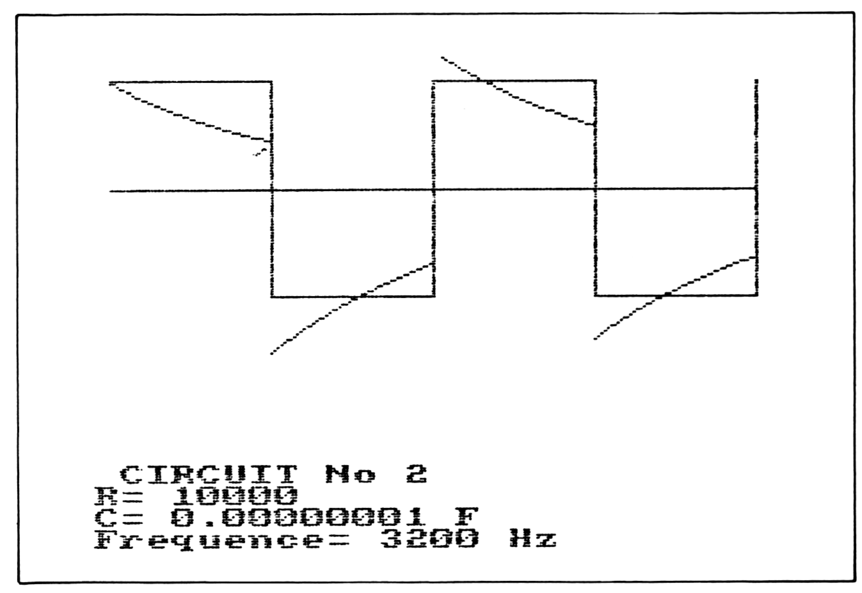
(2) Identique à 1
mais Vo = − 10 V

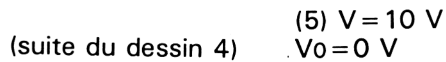


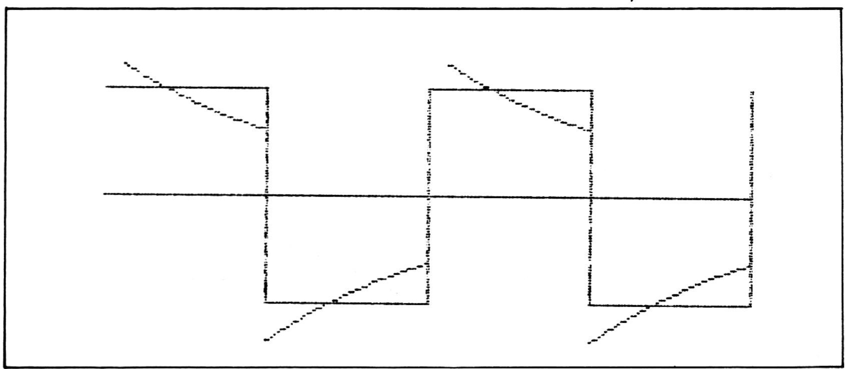
(3) V = 10 V c. à c.
Vo = 0 V



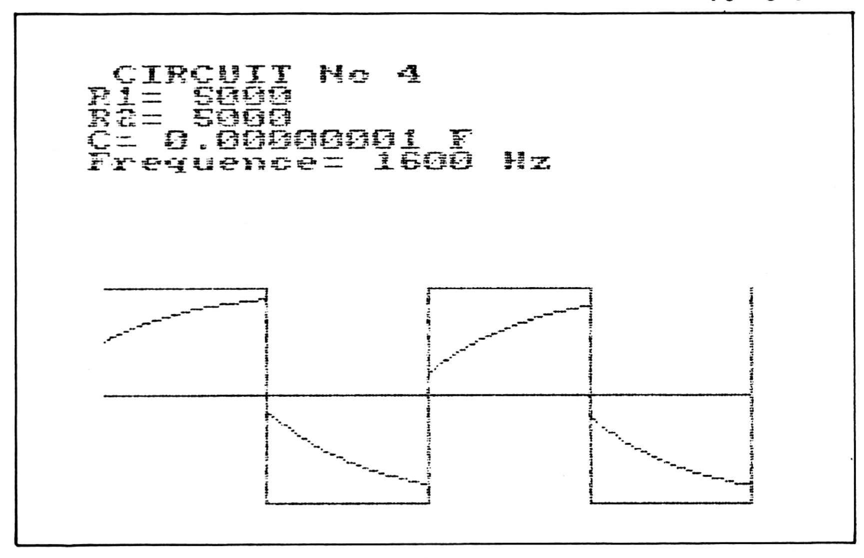
(4) signal rectangulaire
V = 10 V
Vo = 0 V



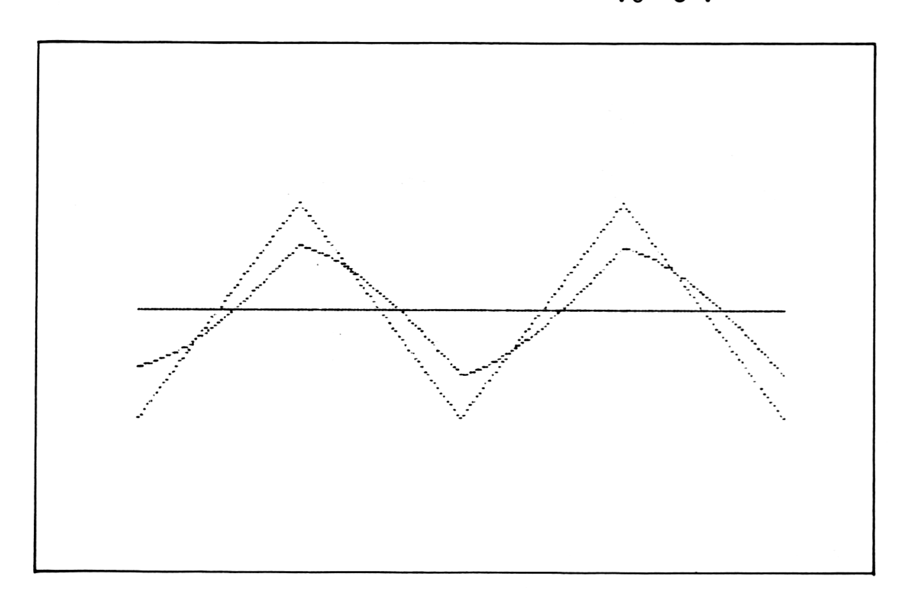

(5) V=10 V
(suite du dessin 4)
Vo=0 V



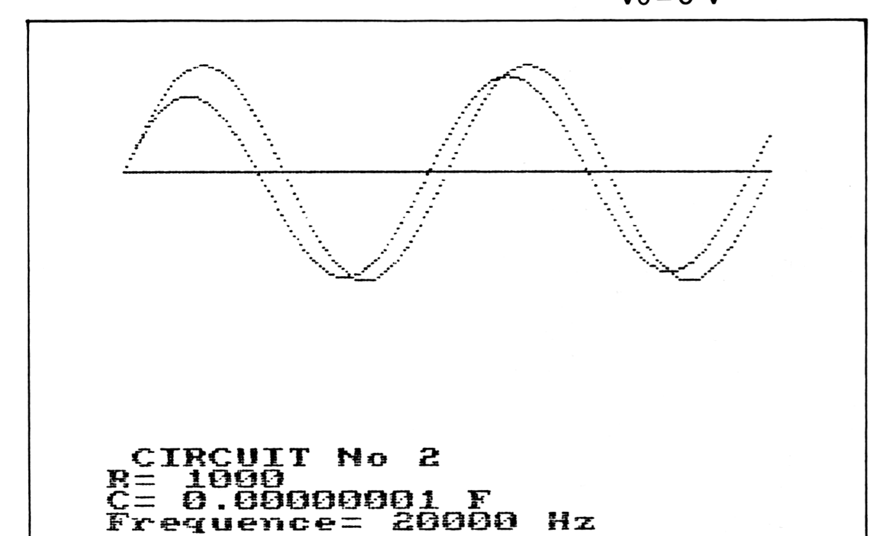
(6) V=10 V
Vo=0 V


CIRCUIT No 4
R1= 5000
R2= 5000
C= 0.00000001 F
Frequence= 1600 Hz

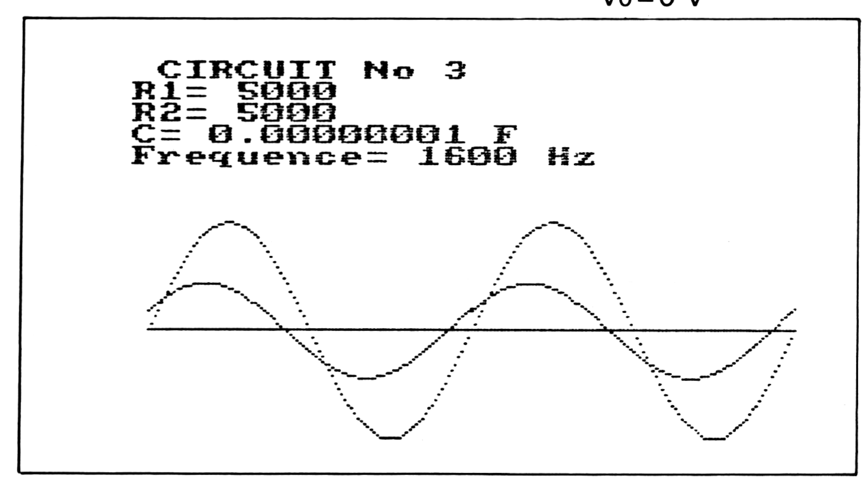
(8) Signal triangulaire
$V = 10$ V
$V_0 = 0$ V



(9) Signal sinusoïdal
$V = 10$ V
$V_0 = 0$ V



(10) Signal sinusoïdal
V = 10 V
Vo = 0 V



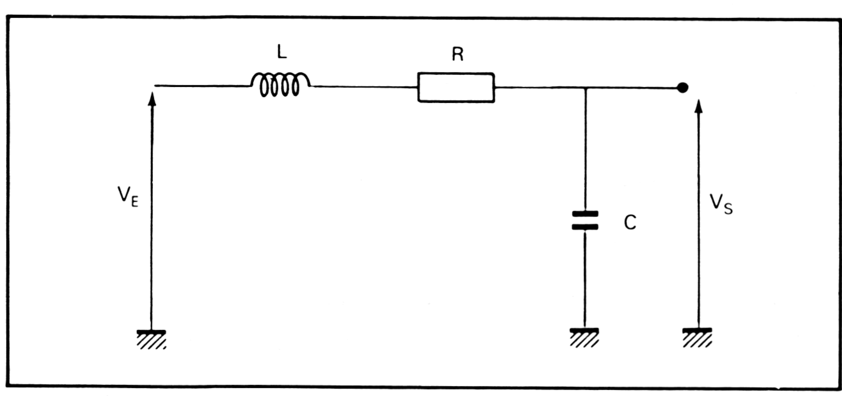

```
10 REM ************************
20 REM *                      *
30 REM * REGIMES TRANSITOIRES *
40 REM *   DU PREMIER ORDRE   *
50 REM *                      *
60 REM ************************
80 CLS
90 REM DEFINITIONS GRAPHIQUES
100 c=150
105 SYMBOL AFTER c
110 SYMBOL c,0,63,32,224,32,63,0,0
120 SYMBOL c+1,0,252,4,7,4,252,0,0
130 SYMBOL c+2,40,40,40,239,40,40,0
140 SYMBOL c+3,8,8,62,34,34,34,34,34
150 SYMBOL c+4,34,34,34,34,34,62,8.8
160 SYMBOL c+5,8,8,255,0,255,8,8,8
170 SYMBOL c+6,0,0,0,255,8,8,8,8
180 SYMBOL c+7,8,8,8,8,255,74,148,0
190 SYMBOL c+8,0,126,129,129,66,36,231,0
900 REM DESSIN DES CIRCUITS
910 LOCATE 1,5:PRINT CHR$(c);CHR$(c+1);CHR$(c+6)
920 LOCATE 10,5:PRINT CHR$(c+2);CHR$(c+6)
930 LOCATE 20,5:PRINT CHR$(c);CHR$(c+1);CHR$(c+2);CHR$(c+6)
940 LOCATE 30,5:PRINT CHR$(c);CHR$(c+1);CHR$(c+6)
```

```
950 LOCATE 3,6:PRINT CHR$(c+5)
960 LOCATE 11,6:PRINT CHR$(c+3)
970 LOCATE 23,6:PRINT CHR$(c+3)
980 LOCATE 32,6:PRINT CHR$(c+3)
990 LOCATE 3,7:PRINT CHR$(c+7)
1000 LOCATE 11,7:PRINT CHR$(c+4)
1010 LOCATE 23,7:PRINT CHR$(c+4)
1020 LOCATE 32,7:PRINT CHR$(c+4)
1030  LOCATE 11,8:PRINT CHR$(c+7)
1040  LOCATE 23,8:PRINT CHR$(c+7)
1050 LOCATE 32,8:PRINT CHR$(c+5)
1060  LOCATE 32,9:PRINT CHR$(c+7)
1300 REM IMPRESSIONS SUR L'ECRAN
1310 LOCATE 1,4:PRINT "R"
1320 LOCATE 10,4:PRINT "C"
1330 LOCATE 19,4:PRINT "R1 C"
1340 LOCATE 30,4:PRINT "R1 "
1350 LOCATE 4,6:PRINT "C "
1360 LOCATE 12,6:PRINT "R"
1370 LOCATE 24,6:PRINT "R2"
1380 LOCATE 33,6:PRINT "R2"
1390 LOCATE 33,8:PRINT "C"
1400 LOCATE 2,10:PRINT "1" TAB(10)2 TAB(22) 3 TAB (31) 4
1410 PRINT:PRINT:PRINT"CHOISISSEZ LE CIRCUIT DONT VOUS"
1420 PRINT:PRINT "VOULEZ ETUDIER LE FONCTIONNEMENT"
1540 INPUT "";N
1550 CLS
1560 PRINT:PRINT "Quel signal voulez-vous lui appliquer?"
1570 PRINT "   * Rectangulaire (1)"
1580 PRINT "   * Triangulaire  (2)"
1590 PRINT "   * Sinusoidale   (3)"
1600 INPUT "";K
1610 PRINT:PRINT:PRINT "Quelles sont ses caracteristiques"
1620 PRINT:IF N=1 OR N=2 THEN INPUT "R=";R:GOTO 1650
1630 INPUT "R1=";R1:INPUT "R2=";R2
1640 R=R1+R2
1650 PRINT:INPUT "C=";C
1660 PRINT:INPUT "Frequence du signal d'entree";F
1670 PRINT:INPUT "Tension d'entree";V
1680 PRINT:INPUT "Tension initiale sur la capacite";V0
1690 CLS:DT=1/(200*F)
1700 VC=V0
1710 GOSUB 2040:REM REVENIR ICI POUR UN AUTRE PASSAGE
```

```
1720 L=0
1730 IF K=1 THEN DEF FNA(T)=1
1740 IF K=3 THEN DEF FNA(T)=SIN(2*PI*T/100)
1750 IF K=2 THEN DEF FNA(T)=-1+T/25
1760 FOR T=0 TO 49
1770 PLOT 10+2*T+200*L,300
1780 GOSUB 1920
1790 ON N GOSUB 1990,2000,2010,2020
1800 NEXT
1810 IF K=1 THEN DEF FNA(T)=-1:PLOT 110+200*L,380:DRAWR 0,-160
1820 IF K=2 THEN DEF FNA(T)=3-T/25
1830 FOR T=50 TO 100
1840 PLOT 10+2*T+200*L,300
1850 GOSUB 1920
1860 ON N GOSUB 1990,2000,2010,2020
1870 NEXT T
1880 IF K=1 THEN PLOT 210+200*L,380:DRAWR 0,-160
1890 L=L+1
1900 IF L=1 THEN GOTO 1730
1910 IF L=2 THEN CLS:GOTO 1720
1920 VE=V*FNA(T)/2
1930 D=FNA(T)*50
1940 PLOT 10 +2*T+200*L,300+80*FNA(T)
1950 DV=DT*(VE-VC)/(R*C)
1960 VC=VC+DV
1970 I=(VE-VC)/R
1980 RETURN
1990 PLOT 10+2*T+200*L,300+160*VC/V:A=100*VC/V:RETURN
2000 PLOT 10+2*T+200*L,300+160*R*I/V:A=100*R*I/V:RETURN
2010 PLOT 10+2*T+200*L,300+160*R2*I/V:A=100*R2*I/V:RETURN
2020 PLOT 10+2*T+200*L,300+160*(R2*I+VC)/V:A=100*(R2*I+VC)/V:RETURN
2040 LOCATE 2,20:PRINT "CIRCUIT No";N
2050 IF N=1 OR N=2 THEN PRINT "R=";R;CHR$(c+8):GOTO 2080
2060 PRINT "R1=";R1;CHR$(c+8)
2070 PRINT "R2=";R2;CHR$(c+8)
2080 PRINT "C=";C;"F"
2090 PRINT "Frequence=";F;"Hz"
2100 RETURN
2200 RETURN
```

RÉGIMES TRANSITOIRES DU SECOND ORDRE

Ces régimes sont importants en électronique. Ils ont lieu dans tous les circuits du type filtre passe-bas dont le schéma de principe est le suivant :



On a $T = \frac{Vs}{V_E} = \frac{1}{1 + 2jm\ \omega/\omega 0 + (j\omega/\omega 0)^2}$

avec ici $2\ m = RC\omega 0$

$\omega 0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

m et $\omega 0$ sont des constantes "universelles" dans la mesure où tous les circuits ayant mêmes valeurs de m et de $\omega 0$ présenteront, pour une sollicitation donnée, la même forme de réponse. L'étude de ces régimes transitoires, si elle connaît une solution analytique, est assez délicate. On se contente en général, de tracer quelques points donnés par des courbes universelles.

L'équation différentielle qui régit le fonctionnement de tels circuits est la suivante :

$$V_E = Vs + \frac{2m}{\omega 0} \bullet \frac{dVs}{dt} + \frac{1}{\omega 0^2} \bullet \frac{d^2Vs}{dt^2}$$

dans laquelle m est le coefficient d'amortissement et $\omega 0$ la pulsation propre. Le problème est résolu de la façon suivante :

(1) à l'instant t, introduction de V_E et des conditions initiales Vs, dVs/dt.

(2) on en déduit :

$$\frac{d^2Vs}{dt^2} = \omega 0^2 (V_E - V_S - \frac{2m}{\omega 0} \times \frac{dVs}{dt})$$

(3) soit $d \frac{(dVs)}{dt} = \frac{d^2Vs}{dt^2} \times dt$

(4) puis $\frac{dVs}{dt}$ = (ancienne valeur de $\frac{dVs}{dt}$) + d($\frac{dVs}{dt}$)

(5) enfin Vs = (ancienne valeur de Vs) + ($\frac{dVs}{dt} \times dt$)

(6) Ces nouvelles valeurs de Vs et de $\frac{dVs}{dt}$ sont alors introduites dans (2) pour permettre une nouvelle étape de calcul.

Remarquons qu'au départ, il faut introduire des conditions initiales (Vs et $\frac{dVs}{dt}$ à l'instant t = 0) pour permettre le démarrage du calcul.

La précision des résultats obtenus est liée au choix de l'intervalle de calcul dt. Il faut que dt soit ''petit'' devant $2\pi/\omega 0$ (période propre du circuit), et que d'autre part Ve varie assez peu pendant le temps dt. Nous proposons l'étude de ces circuits pour des tensions d'entrée du type : échelon, impulsion. Celles-ci pourront être remplacées par d'autres fonctions.

LE PROGRAMME

Il demande d'abord l'introduction des valeurs numériques nécessaires au calcul : M et F0. L'intervalle de temps DT est pris égal à $\frac{1}{50F0}$, sauf si l'utilisateur en propose un plus petit. La courbe se dessine ensuite.

Lignes 90 à 220	: introduction des données.
Lignes 230 à 260	: initialisation des calculs.
Lignes 280 à 350	: calculs.
Sous-programme 380	: graduations, axes, inscriptions sur l'écran.

LES VARIABLES

V0	: valeur de la tension aux bornes de C.
D0	: valeur de ($\frac{dVs}{dt}$) (au temps t).

VS : variation de tension aux bornes du condensateur à l'instant t.

D1 : variation de $(\frac{dVs}{dt})$ à l'instant t.

VE : amplitude de la tension d'entrée.

M : coefficient d'amortissement du système étudié.

FO : fréquence propre du circuit étudié.

W2 : pulsation propre (au carré).

WO : pulsation propre.

A(200) : matrice contenant la fonction d'entrée.

B(200) : matrice contenant la fonction de sortie.

N : variable d'incrémentation, pour la définition de la fonction d'entrée.

K : constante de valeur 2M/WO.

DT : intervalle de calul, pris ici égal au 50e de la période propre du circuit.

D2 : valeur de $(\frac{d^2Vs}{dt^2})$ au temps t.

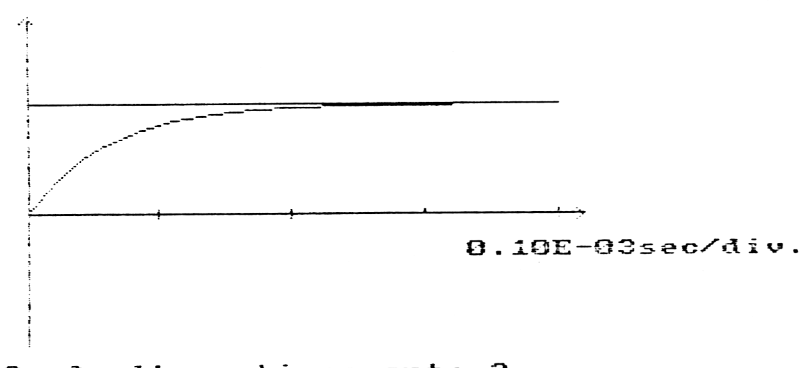
```
10 REM ************************
20 REM *                      *
30 REM * REPONSE D'UN CIRCUIT *
40 REM *   DU SECOND ORDRE    *
50 REM *                      *
60 REM ************************
70 CLS
80 PRINT:PRINT
90 PRINT"          REPONSE D'UN CIRCUIT":PRINT"            DU SECOND O
RDRE"
100 PRINT:PRINT:PRINT"FORME DE LA TENSION D'ENTREE:"
105 PRINT:PRINT"Echelon (1) ou Impulsion (2)";:INPUT C:IF C<1 OR C>2 T
HEN 70
110 DIM A(200):DIM B(200)
120 IF C=2 THEN FOR N=1 TO 200:A(N)=0:NEXT N:A(0)=10
130 PRINT:INPUT "FREQUENCE PROPRE DU CIRCUIT";FO
140 DT=1/(50*FO)
150 IF C=1 THEN FOR N=0 TO 200 :A(N)=1:NEXT
160 PRINT:INPUT "COEFFICIENT D'AMORTISSEMENT";M
170 PRINT:PRINT"  Je vous propose d'etudier la courbe dereponse sur: "
;USING"#.##^^^^";(4/FO);:PRINT" sec."
180 PRINT:INPUT"  Avez-vous une autre preference(O/N)";A$
190 IF A$="O" OR A$="o" THEN PRINT:INPUT "  Quel est votre choix(en mi
cro-s. SVP)";TT
200 TT=TT*0.000001
210 IF TT/200 > DT THEN PRINT"CE N'EST PAS RAISONNABLE....!":PRINT"JE
```

```
PREFERE MON CHOIX."
220 IF (TT/200) <DT AND TT <>0 THEN DT=TT/200
230 V0=0:D0=0:VS=V0:D1=D0
240 W0=2*PI*F0:W2=W0^2
250 K=2*M/W0
260 CLS
270 GOSUB 380
280 FOR U=0 TO 200
290 VE=A(U)
300 D2=W2*(VE-V0-K*D0)
310 D1=D2*DT:D0=D0+D1
320 VS=D0*DT:V0=V0+VS
330 B(U)=V0:PLOT 20+2*U,200+100*B(U)
340 PLOT 20+2*U,200+100*VE
350 NEXT
360 GOTO 360
380 REM GRADUATIONS
390 PLOT 20,200:DRAWR 420,0
400 FOR N= 0 TO 200 STEP 50
410 PLOT 20 + 2*N,196:DRAWR 0,8
420 NEXT
430 PLOT 440,200:DRAWR -5,5:DRAWR 5,-5:DRAWR  -5,-5
440 PLOT 20,80:DRAWR 0,300:DRAWR 5,-5:DRAWR -5,5:DRAWR -5,-5
460 LOCATE 1,22:PRINT"Coef. d'amortissement:";M
470 LOCATE 23,15:PRINT USING"#.##^^^^";(50*DT);:PRINT"sec/div."
490 RETURN
```

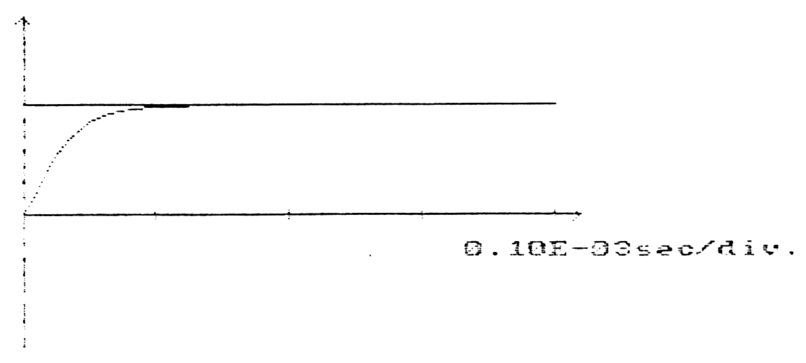
```
            REPONSE D'UN CIRCUIT
              DU SECOND ORDRE

FORME DE LA TENSION D'ENTREE:
Echelon (1) ou Impulsion (2)? 1
FREQUENCE PROPRE DU CIRCUIT? 1E4
COEFFICIENT D'AMORTISSEMENT? 2
  Je vous propose d'etudier la courbe de
reponse sur: 0.40E-03 sec.
  Avez-vous une autre preference(O/N)? o

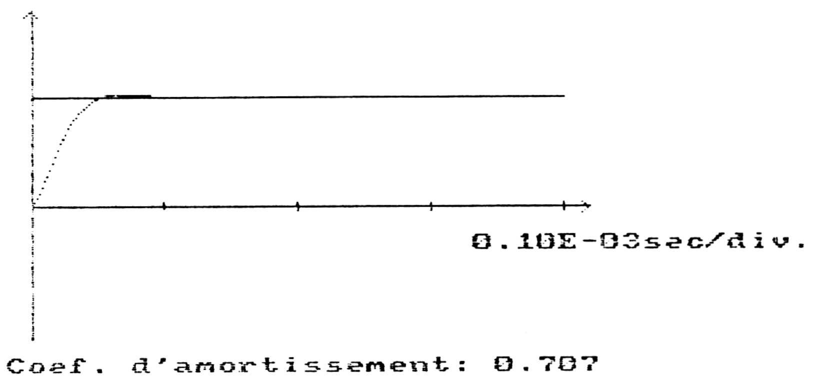
 Quel est votre choix(en micro-s. SVP)?
 1E7
```



Coef. d'amortissement: 2



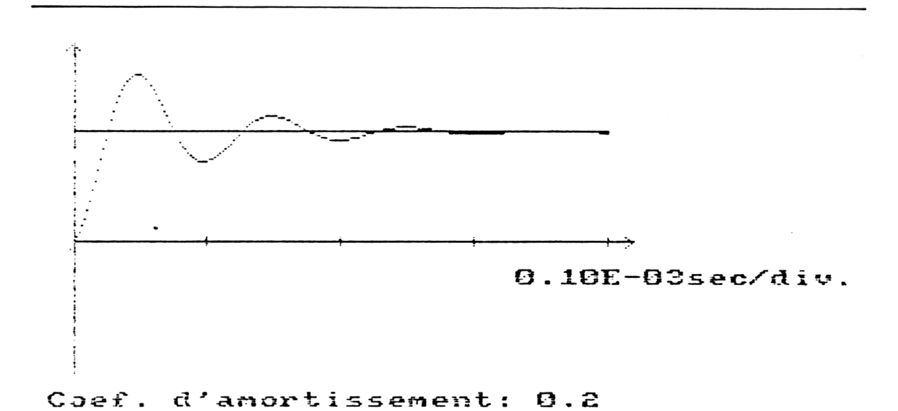
Coef. d'amortissement: 1

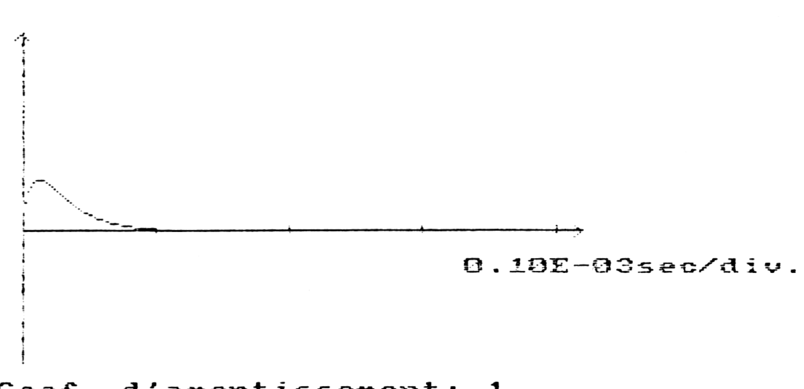


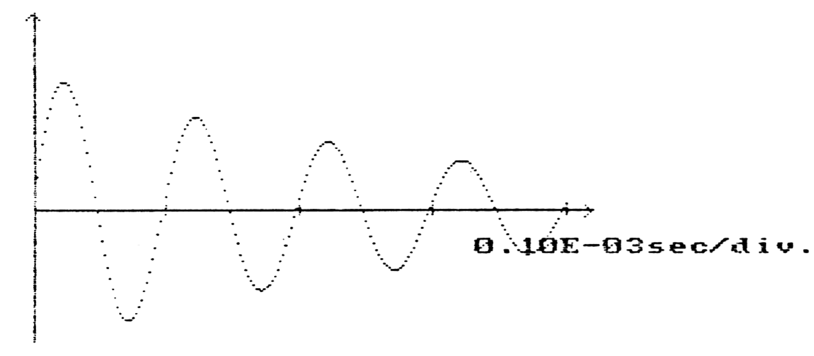
Coef. d'amortissement: 0.707

REPONSE D'UN CIRCUIT
DU SECOND ORDRE

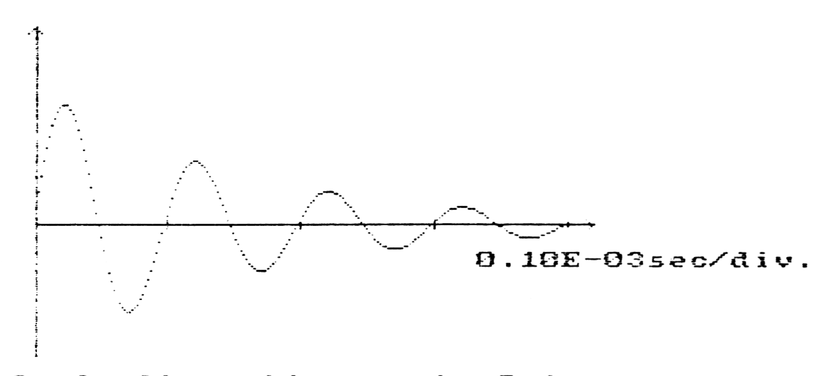
```
FORME DE LA TENSION D'ENTREE:
Echelon (1) ou Impulsion (2)? 1
FREQUENCE PROPRE DU CIRCUIT? 1E4
COEFFICIENT D'AMORTISSEMENT? .2
   Je vous propose d'etudier la courbe de
reponse sur: 0.40E-03 sec.
   Avez-vous une autre preference(O/N)? N
```



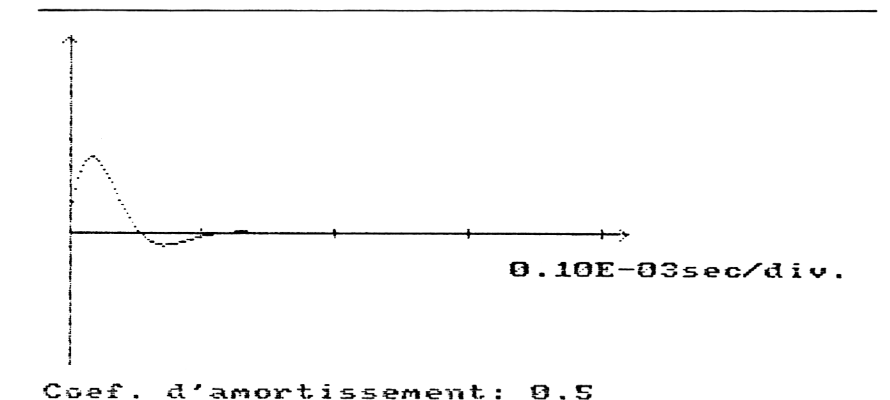




Coef. d'amortissement: 0.05



Coef. d'amortissement: 0.1



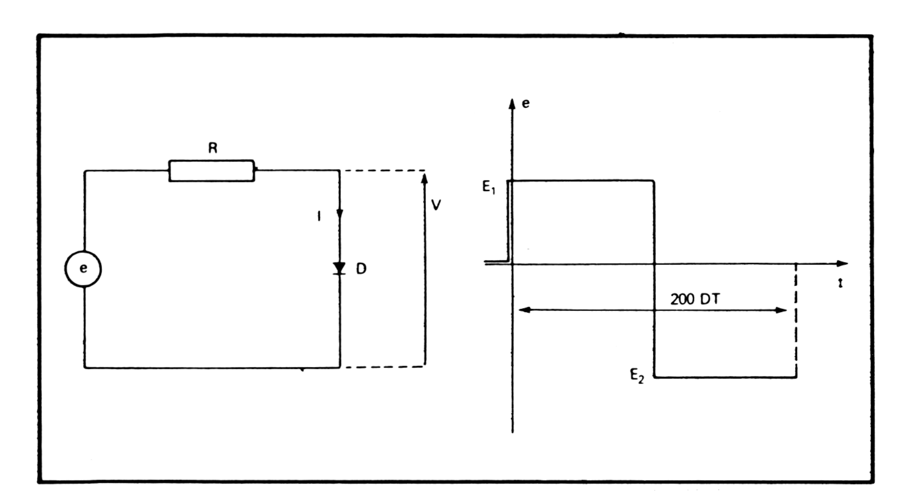
Coef. d'amortissement: 0.5

Chapitre V

CIRCUITS NON LINÉAIRES

DIODE EN COMMUTATION

La diode semi-conductrice est un composant essentiel en électronique. En commutation, elle présente des caractéristiques qui dépendent de sa technologie. Le choix d'un modèle particulier ne peut alors être quelconque.
Nous allons étudier les formes du courant et de la tension aux bornes d'une diode lorsque celle-ci est soumise à une tension rectangulaire.



Nous allons introduire pour cela un "modèle" par parties de la diode, faisant intervenir les phénomènes de charge stockée et de capacité de transition.
Nous distinguerons ainsi plusieurs types de fonctionnement :
$I \geq 0$:$V = 0,6$ V : $dQ/dt + Q/T = I$, en appelant Q la charge stockée dans la diode et T la durée de vie des porteurs minoritaires de celle-ci.
$I < 0$ et $Q > 0$: la diode conduit, $V = 0$ V.
$dQ/dt + Q/T = I$ (il y a déstockage).
$I < 0$ et $Q = 0$: la diode se comporte comme une capacité (de diffusion) Ct. On a $I = C_t.dV/dt$.

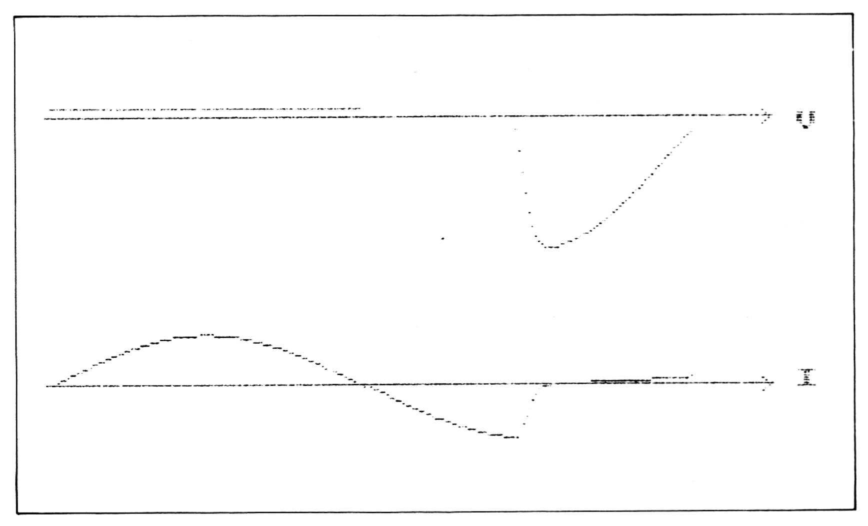
Ce modèle est justifié par l'étude expérimentale de la communication d'une diode. Le signal d'entrée rectangulaire est défini dans un tableau A(200), sur 200 points. L'intervalle de calcul DT fournit la largeur temporelle d'un point. Horizontalement, la fonction appliquée au circuit dure ainsi un temps 200 DT.
Il est possible de tenir compte de la variation de l'épaisseur de la zone de transition en fonction de la tension inverse aux bornes de la diode par la relation $C_1 = C_m.(0,6) + V)^{-0,5}$. Ici, nous avons une capacité qui varie de 10 pF (pour $V = 0$ V) à environ 2 pF (pour $V = -12$ V).

LE PROGRAMME

Ligne 70	: initialisation des calculs.
Ligne 110	: définition du signal d'entrée.
Lignes 140 à 230	: calculs et dessin des courbes I et V.
Sous-programme 250	: dessin des axes.
Sous-programme 320	: exemple de variation de la capacité de transition.

LES VARIABLES

R	: résistance du circuit (= 10 kΩ).
T	: durée de vie des porteurs minoritaires (= 10^{-6}s).
DT	: intervalle de calcul (10 ns).
C	: capacité de transition (C_t) de la diode en inverse.
A(200)	: contient le signal appliqué du circuit (en V).
E	: valeur instantanée de la tension appliquée au circuit (en V).
V	: tension aux bornes de la diode.
I	: courant dans la diode.
Q	: charge stockée.
DV	: variation de V pendant l'intervalle de temps DT.
DQ	: variation de Q pendant l'intervalle de temps DT.
N	: position horizontale du curseur ($0 \leq N \leq 200$).



Pour le régime rectangulaire, remplacer la ligne 110 par :

110 : FOR N = 1 TO 20:A(N) = 10:NEXT
115 : FOR N = 21 TO 200:A(N) = – 10:NEXT

110 : FOR N = 1 TO 100:A(N) = 10:NEXT
115 : FOR N = 101 TO 200:A(N) = – 10:NEXT

La capacité dépend de la tension inverse.

C(V) est donnée ligne 320

RÉGIME SINUSOÏDAL

```
10 REM *************************
20 REM *                       *
30 REM * DIODE EN COMMUTATION *
40 REM *                       *
50 REM *************************
60 INK 0,0:INK 1,26:PAPER 0:PEN 1
70 R=10000:T=0.000001:DT=0.00000001:C=1E-11
80 REM EXEMPLE DE SIGNAL D'ENTREE
90 DIM A(200)
100 GOSUB 320
110 FOR N=0 TO 200:A(N)=10*SIN(2*PI*N/200):NEXT
120 CLS
130 GOSUB 250
140 FOR N=0 TO 200
150 E=A(N)
160 I=(E-V)/R
170 IF I>0 AND V<0 THEN C=FNC(V):Q=0:DQ=0:DV=I*DT/C:GOTO 210
180 IF I>0 THEN V=0.6:DV=0:DQ=(I-Q/T)*DT
190 IF I<0 AND Q>0 THEN V=0:DV=0:DQ=(I-Q/T)*DT
200 IF I<0 AND Q<=0 THEN C=FNC(V):Q=0:DQ=0:DV=I*DT/C
210 Q=Q+DQ:V=V+DV
220 PLOT 2*N,100+40000*I:PLOT 2*N,300+10*V
230 NEXT N
240 LOCATE 1,1:END
250 REM AXES
260 PLOT 0,100:DRAWR 450,0:DRAWR -5,5:DRAWR 5,-5:DRAWR -5,-5
270 PLOT 0,300:DRAWR 450,0:DRAWR -5,5:DRAWR 5,-5:DRAWR -5,-5
290 LOCATE 30,19:PRINT "I"
300 LOCATE 30,7:PRINT "V"
310 RETURN
320 DEF FNC(V)=7.7E-12/((0.6-V)^0.5)
330 RETURN
```

REDRESSEMENT

Ce programme propose l'étude de circuits classiques destinés au redressement. Pour des alimentations conçues pour de faibles débits, on utilise un montage simple alternance (figure 1) ; sinon, on effectue un redressement double alternance (figure 2). On s'intéresse en général à la qualité de la tension continue obtenue en sortie et au courant traversant la diode.
Le programme de base est relatif au montage de la figure 1. La tension d'entrée VE est définie dans un tableau A(200) ; sa fréquence est celle du secteur : 50 Hz. La présence de la diode D impose deux types de fonctionnement :

— VE>VS : la diode est conductrice ; ou a VE=VS.

$$\text{et } I = \frac{V_S}{R} + C\frac{dV_S}{dt}$$

— VE<VS : la diode est bloquée ; le condensateur C se décharge dans la résistance R ; ou a I=0.

$$\text{et donc } \frac{V_S}{R} = -C\frac{dV_S}{dt}$$

Les différentes valeurs de VS (il y en a 200 au total) sont mises en mémoire dans un tableau B(200). Celui-ci permet, après l'exécution des courbes par le programme, de calculer, puis d'afficher, les grandeurs caractéristiques de VS : valeur moyenne et ondulation crête à crête. Le programme se modifie aisément pour permettre l'étude du courant I et du redressement double alternance. Tous les résultats obtenus sont "classiques", bien qu'il n'existe pas de solution analytique pour ce problème. Cependant, l'intérêt d'une telle étude est qu'elle permettrait, par exemple, de tenir facilement compte d'une charge R variable avec la tension appliquée VS. On pourrait aussi étudier l'influence des imperfections de la diode (résistance directe, charge stockée).

LE PROGRAMME

Lignes 10 à 20	: initialiation du calcul : choix de R et C (on pourrait mettre des INPUT). L'intervalle de calcul est pris égal au 1/100e de la période secteur (1/50e de seconde).
Ligne 50	: définition de la tension d'entrée [enlever ABS() pour l'étude du redressement simple alternance].
Lignes 60 à 140	: calcul et affichage de VS et de I (dans la diode).
Lignes 150 à 200	: évaluation des valeurs moyennes et de l'ondulation crête à crête.
Lignes 210 à 240	: inscriptions sur l'écran.

Il y a deux "passages" sur l'écran, le premier étant le régime transitoire, le second le régime permanent.

LES VARIABLES

DT	: intervalle de calcul (1/100e de 20 ms = période secteur).
R	: résistance du circuit (en ohms).
C	: capacité du condensateur (en F).
T	: RC constante de temps du circuit.
A(200)	: tableau contenant les 201 valeurs de VE.
B(200)	: tableau contenant les 201 valeurs de VS.
U	: variable de boucle locale.
DV	: variation de VS pendant le temps DT.
MA, MI	: variables contenant, à la fin de la boucle 150-200, les valeurs maximum et minimum de VS.
S	: somme de 100 dernières valeurs de VS, permettant, ligne 220, le calcul de la moyenne de VS.

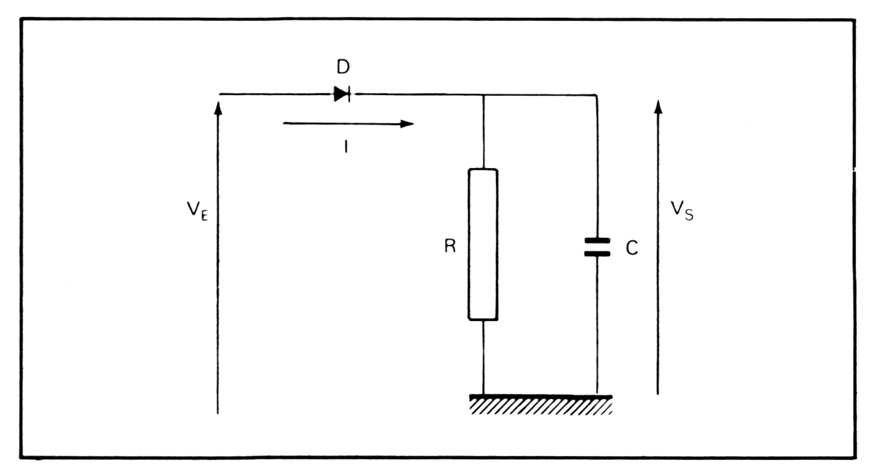


Figure 1
Redressement simple alternance.

```
1 REM ****************
2 REM *              *
3 REM *   ETUDE DU   *
4 REM * REDRESSEMENT *
5 REM *              *
6 REM ****************
10 DT=1/(100*50):R=100:C=0.0005:T=R*C
20 DIM A(240):DIM B(240):N=0
30 CLS
50 FOR U=0 TO 200:A(U)=ABS(90*SIN(2*PI*U/100)):NEXT
60 FOR U=0 TO 200
70 D=A(U+1)-A(U):DV=-VS*DT/T:VE=A(U):B(U)=VS
80 IF ABS(D)>=ABS(DV) AND D>0 THEN VS=A(U) ELSE VS=VS+DV
```

```
90 IF VE>VS THEN VS=A(U)
100 I=(VS/R)+(D*C/DT)
110 IF I<0 OR VS>VE THEN I=0
120 PLOT 20+2*U,200+VE:PLOT 20+2*U,200+VS
130 PLOT 20+2*U,20+10*I
140 NEXT U:N=N+1:IF N<2 THEN CLS:GOTO 60
150 REM CALCULS
160 MA=90:MI=90:S=0
170 FOR U=0 TO 200
180 IF B(U)<MI THEN MI=B(U)
190 S=S+B(U)
200 NEXT U
220 LOCATE 30,1:PRINT"VO=";:PRINT USING"##.#";(INT(S/200));:PRINT" V"
230 LOCATE 30,2:PRINT"DV=";:PRINT USING"##.#";(INT(MA-MI));:PRINT" V"

240 LOCATE 30,3:END
```

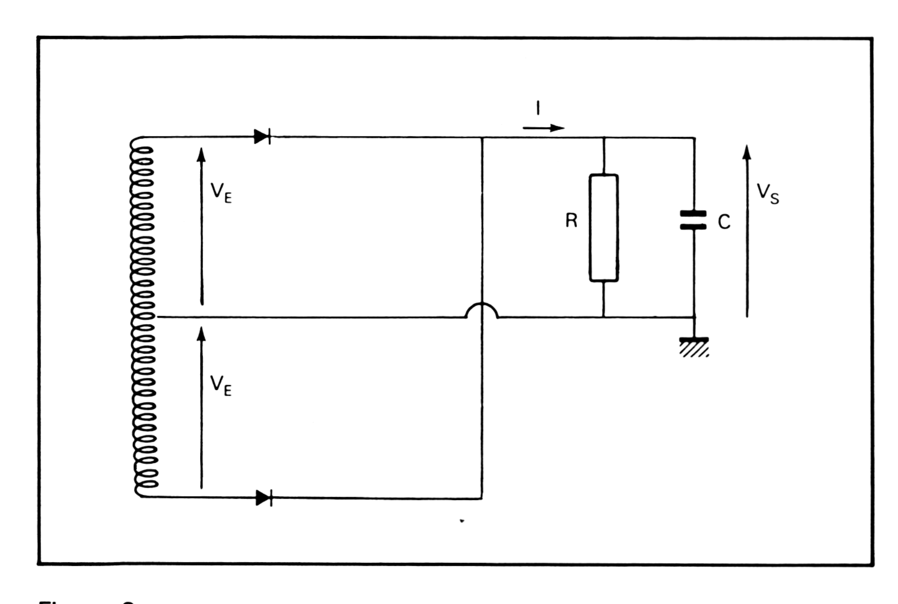
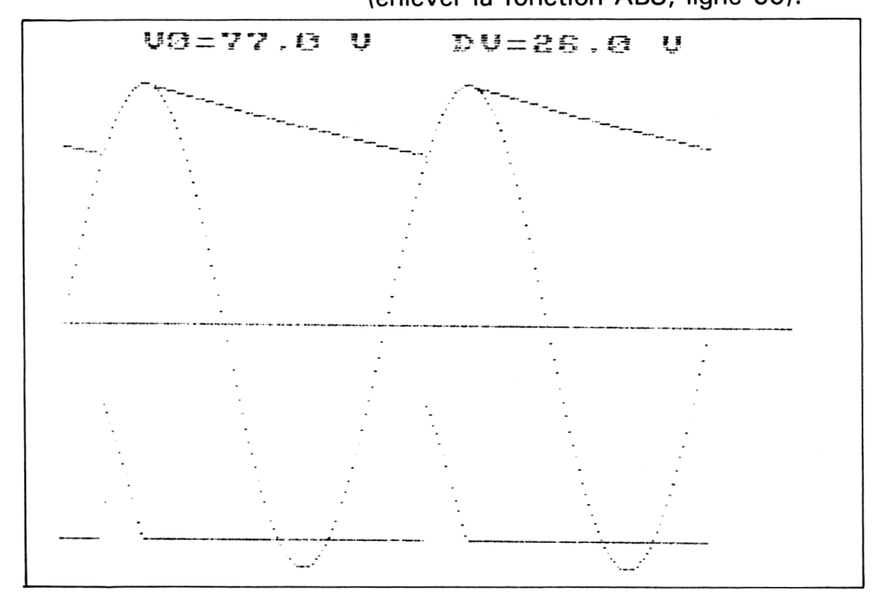
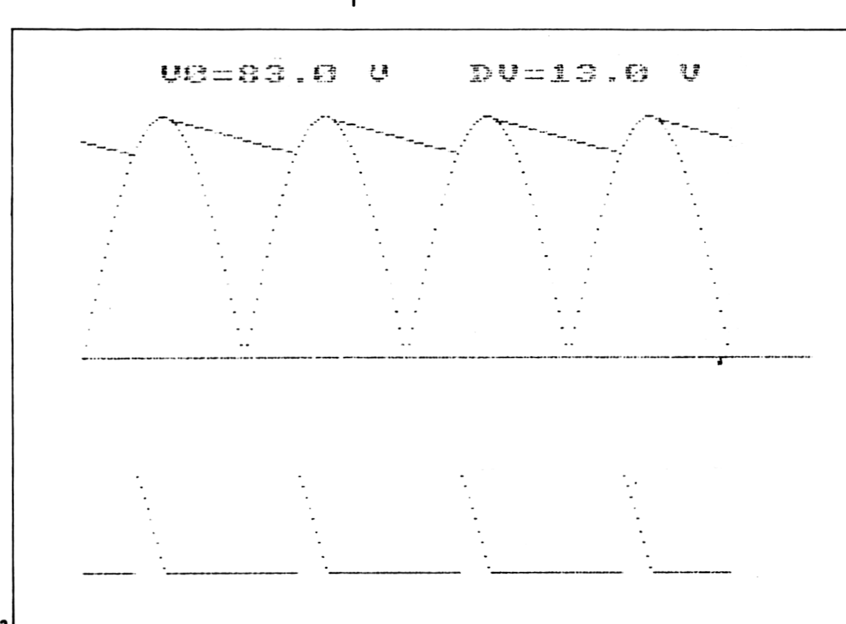


Figure 2
Redressement double alternance

REDRESSEMENT SIMPLE ALTERNANCE
R = 100 Ω
C = 500 μF
(enlever la fonction ABS, ligne 50).

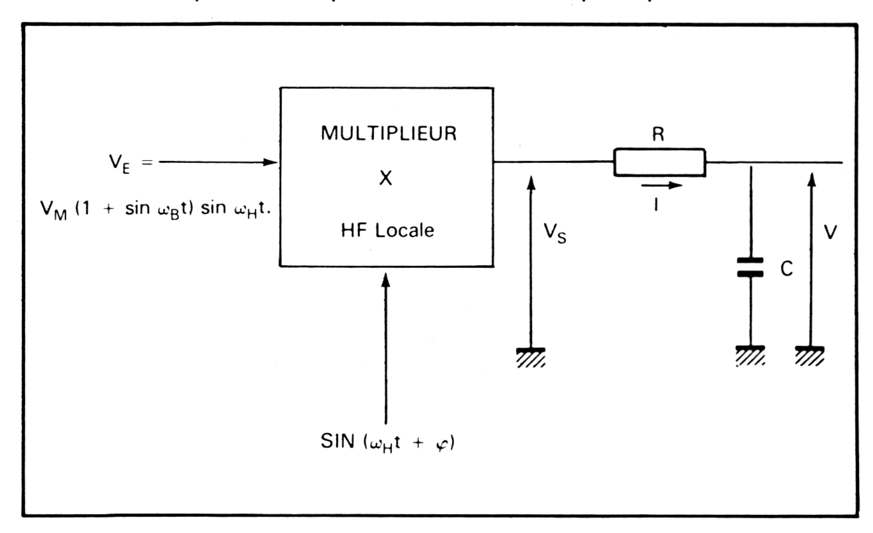


REDRESSEMENT DOUBLE ALTERNANCE
De haut en bas :
V_S
V_E
I



DETECTION SYNCHRONE

Ce programme est à comparer au précédent. Il permet de démoduler une onde multipliée en amplitude. Le circuit de principe est le suivant :



On démontre que :

$$V_S = \frac{1}{2} V_M \cos\varphi + \frac{1}{2} V_M \cos\varphi \sin\omega_B t -$$

$$\frac{1}{2} V_M (\sin\omega_B t + 1) \cos(2\omega_H t + \varphi)$$

Le détecteur se compose donc simplement d'un multiplieur (que l'on appelle mélangeur équilibré en HF) ; sa sortie fournit une composante continue, l'onde BF démodulée et une nouvelle onde modulé en amplitude, de pulsation $2\omega_H$ que l'on élimine à l'aide du filtre RC (passe bas). On comprendra aisément que ce type de démodulation est beaucoup plus linéaire que le précédent. Rappelons que le rapport signal/bruit est aussi amélioré de 6 dB. L'onde sin $(\omega_H t + \varphi)$ doit être absolument synchrone de la porteuse. En effet, leur déphasage φ intervient directement dans l'expression de l'onde démodulée, et il est hors de question qu'un tel déphasage varie en fonction du temps. A titre d'exemple, on peut voir sur les photos l'influence de la valeur de φ sur l'aspect de l'onde démodulée.
Le programme est simple. L'expression de l'onde modulée V_E est établie, ainsi que celle de V_S. Le circuit RC est mis en équation de façon classique.

$$Vs = RI + V$$

$$I = C \frac{dV}{dt}$$

$$\text{d'où } dV = \frac{(Vs - V)dt}{RC}$$

Il y a donc deux ''passages'' sur l'écran : seul le second a été photographié, le premier, en effet, est affecté du régime transitoire du système.

LE PROGRAMME

Lignes 60 à 120 : définition des paramètres.
Lignes 160 à 240 : calcul des différentes tensions.
Sous-programme 270 : tracé des axes et inscriptions sur l'écran.

LES VARIABLES

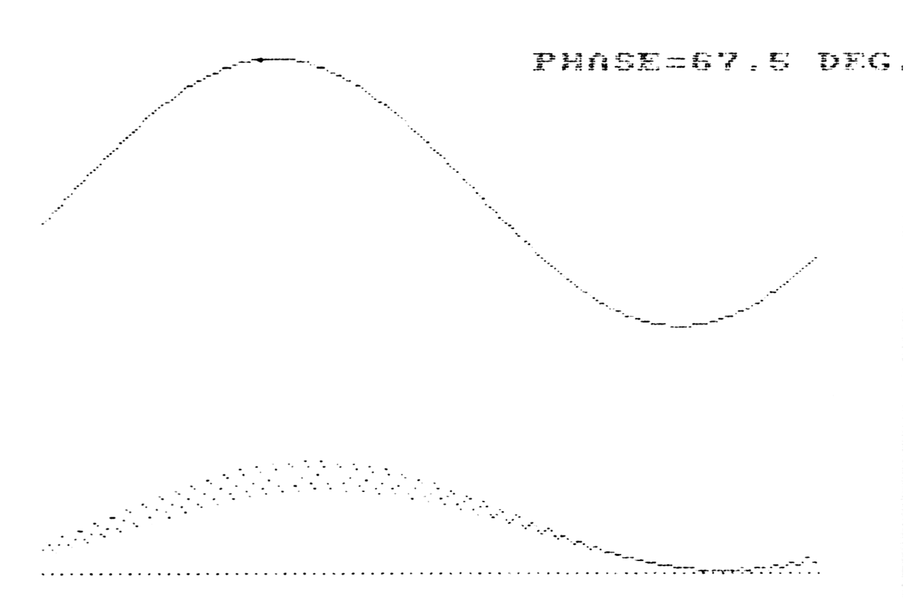
BF : fréquence de l'onde basse fréquence (en Hz).
WB : sa pulsation.
HF : fréquence de l'onde porteuse (en Hz).
WH : sa pulsation.
PH : déphasage (en radian) entre la porteuse et la HF locale.
M : taux de modulation ($0 < M < 1$).
DT : intervalle de calcul (en s).
VM : amplitude de l'onde HF.
FC : fréquence de coupure adoptée pour le filtre passe bas.
RC : valeur correspondante de la constante de temps.
T : variable temps.
L : compteur du nombre de ''passages'' sur l'écran.
DV : variation de V pendant DT.
VB : expression de l'enveloppe de l'onde modulée.
VE : expression de l'onde modulée.
VS : tension de sortie du multiplieur.
V : tension de sortie du filtre passe bas.

Les courbes présentées montrent l'aspect de la tension BF (en haut) et de la tension démodulée (en bas) en fonction du déphasage entre porteuse et oscillateur local. On constate que la tension de sortie est la somme :
— d'une tension continue,
— de la BF modulée,
— d'une onde modulée en amplitude, de pulsation $2\,\omega_{HF}$.
Il n'y a pas détection pour $PH = 90°$.

PHASE= 0.0 DEG.

PHASE=22.5 DEG.

PHASE=45.0 DEG



PHASE=90.0 DEG.

```
10 REM **********************
20 REM *                    *
30 REM * DETECTION SYNCHRONE *
40 REM *                    *
50 REM **********************
60 CLS
70 BF=4000:WB=2*PI*BF
80 HF=100000:WH=2*PI*HF
90 M=1:DT=0.000001:VM=1
100 T=0:FC=10000:INPUT "PHASE=(EN DEGRES)";P:PH=P*PI/180
110 RC=1/(2*PI*FC)
120 CLS
140 GOSUB 270
150 L=L+1
160 FOR U=0 TO 239
170 T=T+DT
180 VB=VM*(1+M*SIN(WB*T))
190 VE=VM*SIN(WH*T)*(1+M*SIN(WB*T))
200 VS=VE*SIN(WH*T+PH)
210 DV=(VS-V)*DT/RC:V=V+DV
220 PLOT 2*U,195+100*VB
230 PLOT 2*U,10+200*V
240 NEXT U
```

```
250 IF L=2 THEN LOCATE 1,12:END
260 GOTO 120
270 REM AXES
280 FOR N=0 TO 240 STEP 3
290 PLOT 2*N,10
300 NEXT
330 LOCATE 20,1:PRINT "PHASE=";USING "##.#";(P);:PRINT " DEG."
350 RETURN
```

DETECTION

Ce programme, presque identique au précédent, s'attaque à un problème pourtant différent : la détection d'une onde modulée en amplitude, c'est-à-dire la démodulation. Il permet d'obtenir et d'étudier la forme du signal recueilli en sortie du détecteur. Il met en évidence le fait que la démodulation ne peut pas être parfaite quand le taux de modulation est de 1.

Le circuit détecteur étudié est identique à celui de la figure 1 du paragraphe ''Redressement''. L'expression d'une onde modulée en amplitude est donnée par :

V_E : V_M Sin $\omega_H t \times (1 + m$ Sin $\omega_B t)$, dans laquelle :

— V_E est la valeur instantanée de l'onde modulée.

— V_M l'amplitude de l'onde (sinusoïdale) non modulée, c'est-à-dire quand $m = 0$.

— ω_H est la pulsation de la porteuse (HF).

— ω_B est la pulsation de la tension de modulation (BF).

— m est le taux de modulation ($o \leq m \leq 1$).

Le condensateur C se charge à la valeur crête de V_E pendant ses maximums, puis se décharge dans la résistance R pendant les ''Creux'' de la modulation. La tension V_S est donc une image de l'enveloppe de l'onde modulée ; on recueille ainsi en sortie du détecteur une tension basse fréquence (BF). Celle-ci n'est pas parfaite pour $m = 1$ (cas du programme). (On démontre en effet qu'il faudrait avoir :

$\frac{1}{RC\omega V} \geq \frac{m}{\sqrt{1 - m^2}}$ ce qui est impossible pour $m = 1$).

Le programme est difficilement exploitable sur un moniteur vidéo, quelle que soit la qualité de la haute résolution du micro-ordinateur employé. En effet, pour que le phénomène étudié soit clairement visible, il faudrait que l'axe OX ait une définition supérieure à 1000 points. L'imprimante convient ici particulièrement, puisque son axe OX est infini.

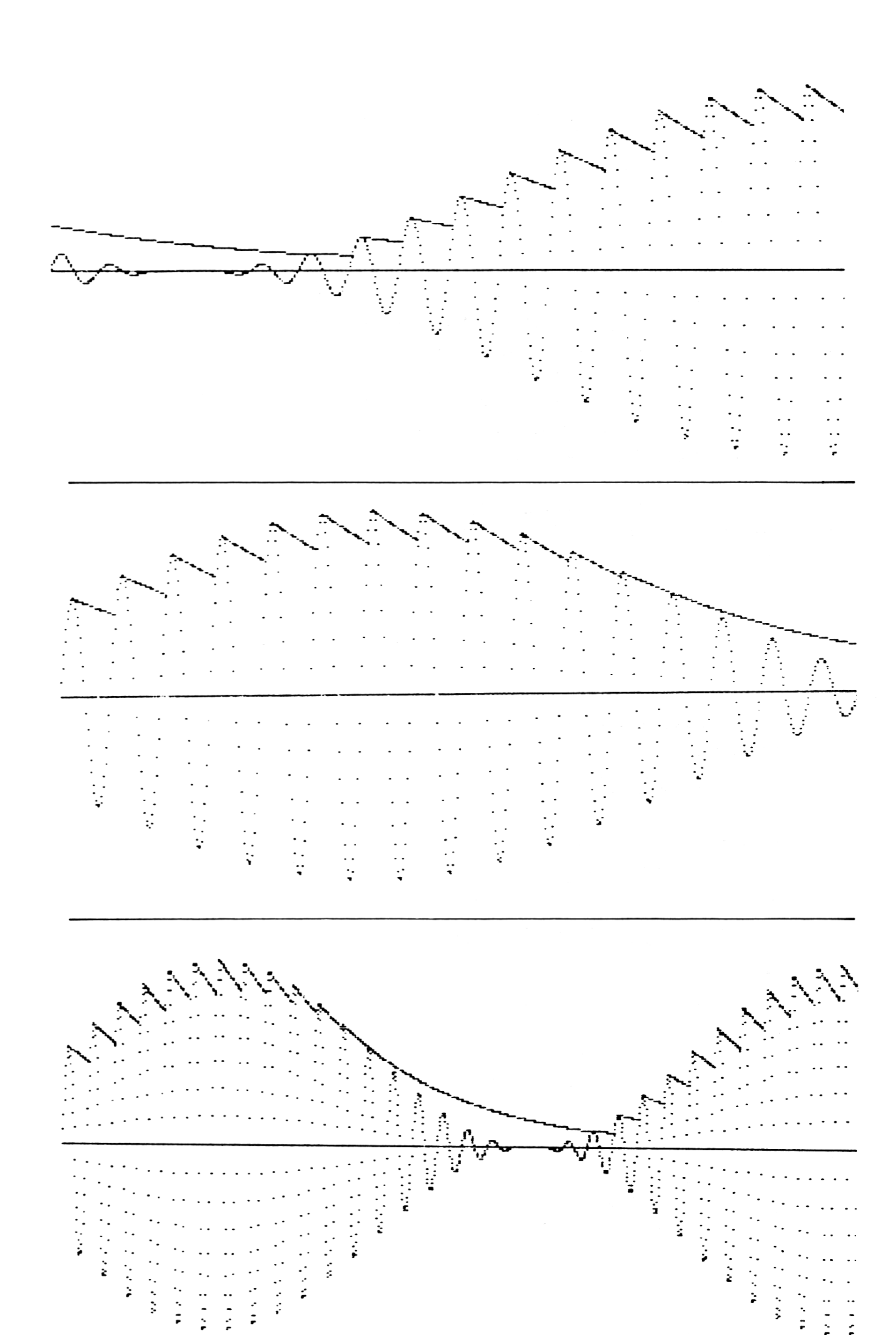
Ce programme est très court.

Lignes 60 à 90 : définition des constantes.
Lignes 100 à 180 : boucle de calcul. Le système est en équation lignes 130, 140, 150.

LES VARIABLES

BF : fréquence de l'onde basse fréquence (en Hz) ; ici BF = 2 kHz.
WB : pulsation de l'onde basse fréquence (en rad/s).
HF : fréquence de l'onde haute fréquence (en Hz) ; ici HF = 50 kHz.
WH : pulsation de l'onde haute fréquence (en rad/s).
M : taux de modulation ; ici M = 1.
RC : constante de temps du circuit détecteur (en s) ; ici RS = 100 μs.
DT : intervalle de calcul en s ; ici DT = 0,5 μs.
VM : amplitude de l'onde HF non modulée.
T : variable temps.
VE : valeur instantanée de l'onde modulée.
VS : tension de sortie du circuit détecteur.

```
10 REM *************
20 REM *           *
30 REM * DETECTION *
40 REM *           *
50 REM *************
70 BF=2000:WB=2*PI*BF
80 HF=50000:WH=2*PI*HF
90 M=1:RC=0.0001:DT=0.0000005:VM=1
100 T=0
110 CLS:INK 0,0:INK 1,26:PAPER 0:PEN 1
115 PLOT 0,200:DRAWR 640,0
120 FOR N=0 TO 640 STEP 0.5
130 VE=VM*SIN(WH*T)*(1+M*SIN(WB*T))
140 IF VE>=VS THEN DV=VE-VS ELSE DV=-VS*DT/RC
150 VS=VS+DV
160 T=T+DT
170 PLOT N,200+90*VS
180  PLOT N,200+90*VE
190 NEXT N
200 FOR Z=1 TO 5000:NEXT Z
210 CLS:GOTO 120
```



Chapitre VI

ABAQUE DE SMITH

Cet abaque, imaginé par l'ingénieur Smith, permet de résoudre un grand nombre de problèmes relatifs à la transmission de signaux HF.
Il s'agit d'un cercle, à l'intérieur duquel on peut représenter n'importe quelle impédance, un déplacement le long d'un câble de transmission se ramenant à une rotation dans ce plan. Le programme que nous proposons utilise la méthode classsique d'exploitation de l'abaque, mais par l'emploi de ses propriétés analytiques et non graphiquement.
Cette abaque est un cercle, dont tout point intérieur permet de représenter une impédance normalisée. Soit Z l'impédance étudiée et Zc l'impédance caractéristique de la ligne employée ;

alors $\frac{Z}{Zc}$ est un nombre sans dimensions, s'exprimant par :

$\frac{\bar{Z}}{Zc} = R + jX$, R représentant la partie résistive, X(> <0) la partie réactive.

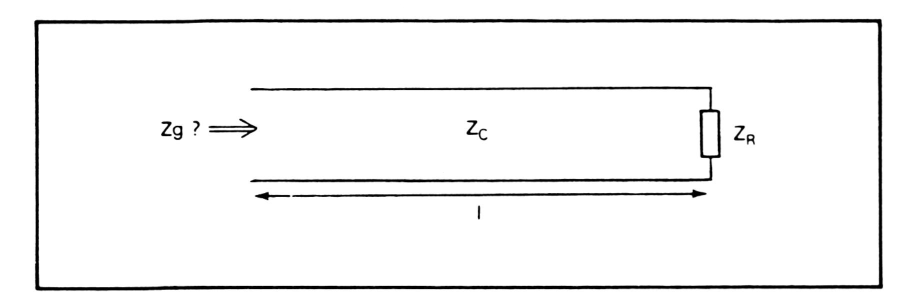
— un R donné correspond à un cercle dont le centre est sur l'axe des x d'abscisse.

$\frac{R}{R+1}$ et d'ordonnée 0.

Le rayon de ce cercle est $\frac{1}{R+1}$

— un X donné correspond à un cercle dont le centre a pour abscisse 1, pour ordonnée
$\frac{1}{X}$; le rayon de ce cercle est 1/X.

Ceci permet de tracer la figure 1.
D'autre part, le grand cercle est gradué en longueur d'onde, un tour complet correspond à λ/2.
Rappelons la manière dont on utilise une telle abaque.
Soit un générateur attaquant une ligne d'impédance caractéristique Zc, fermée au bout d'une longueur l sur une impédance ZR. Quelle est l'impédance Zg que ''voit'' le générateur ?



La méthode consiste à :
— placer sur l'abaque le point représentatif de :

$$\frac{Z_R}{Z_C} = R + jX \text{ (point A).}$$

(Sur le dessin, nous avons ici R = 0,33 ; X = + 0,5).

— Faire tourner ce point autour du centre O de la figure, en lui faisant décrire un arc α tel que :

$$\alpha = \frac{4\pi l}{\lambda}$$

— Placer le point B ainsi obtenu et "lire" ses caractéristiques (ici, on a environ : R' = 2, X' = + 1,5).

— En déduire $Z_G = (R' + jX')Z_C$.

Cette méthode graphique est extrêmement pratique et permet d'ailleurs de résoudre une infinité d'autres problèmes. En fait, mis au point à une époque où les calculatrices n'existaient pas, c'était le seul moyen rapide d'obtenir la solution.
Maintenant, nous pouvons reprendre les équations des cercles et traiter le problème de façon purement numérique. Nous en faisons grâce au lecteur et lui épargnons la démonstration. Les équations que nous fournissons apparaissent dans tous les traités un peu âgés sur l'abaque de Smith.

— Connaissant R et X, on peut en déduire la position du point correspondant dans le plan. On a :

Position du point A : $$\begin{cases} y_0 = \dfrac{2X}{X^2 + (R+1)^2} \\ \\ x_0 = 1 - \dfrac{Y_0(R+1)}{X} \end{cases}$$

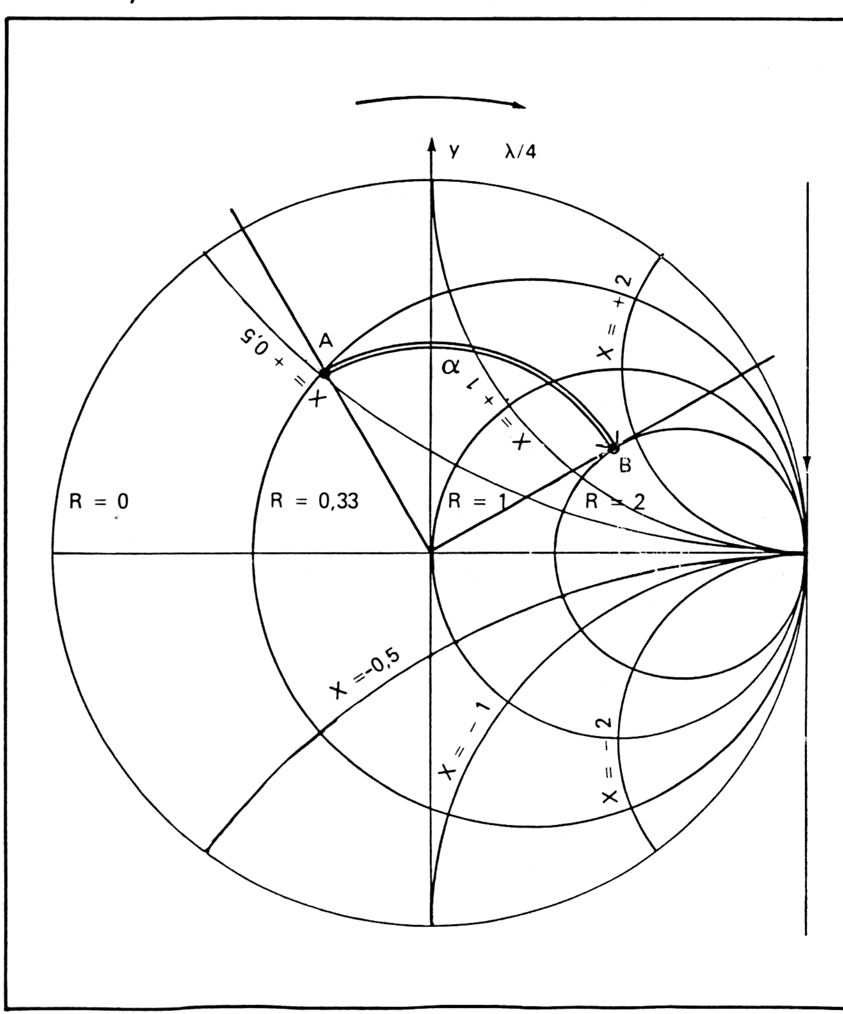
— Une rotation d'angle Θ dans ce plan amène aux nouvelles coordonnées :

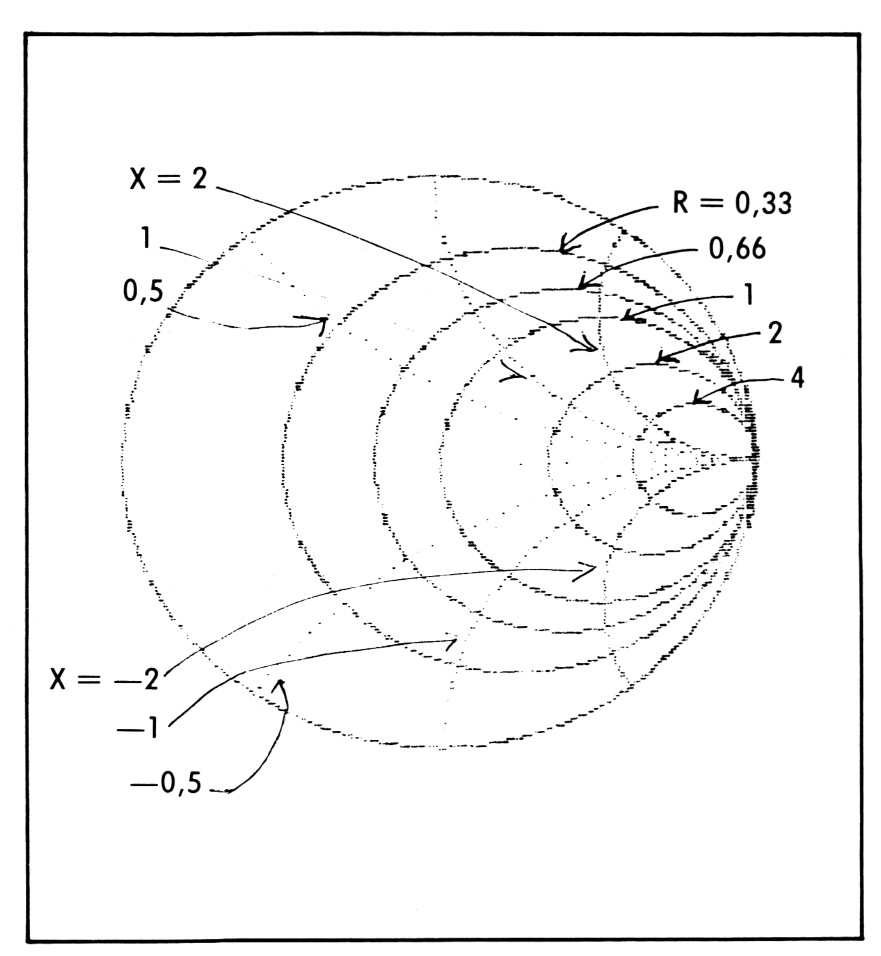
$$x1 = x0 \cos\theta - y0 \sin\theta$$
$$y1 = x0 \sin\theta + y0 \cos\theta$$

— Une transformation inverse conduit aux résultats :

$$X' = \frac{2y1}{x1^2 + y1^2 - 2x1 + 1}$$

$$R' = \frac{x'(1 - x1)}{y1} - 1$$

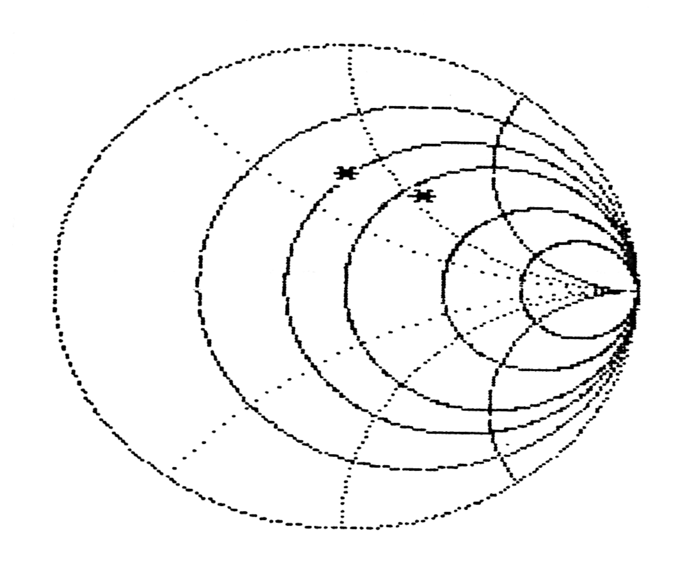




Légende de la photo

```
              ABAQUE DE SMITH
IMPEDANCE DU CABLE:? 75
RESISTANCE DE LA CHARGE:? 100
REACTANCE DE LA CHARGE:? 100
LONGUEUR DE LA LIGNE (EN LONGUEUR
D'ONDE):? .45
```

```
                    RG=49.3 OHMS
                    XG=67.7 OHMS
```



Exemple d'exécution du programme 1.

PROGRAMME 1

```
10 REM ******************
20 REM *                *
30 REM * ABAQUE DE SMITH *
40 REM *                *
50 REM ******************
70 GOSUB 500
80 RL=R:XL=X
90 CLS
100 FOR N=1 TO 6
110 READ R
120 FOR J=0 TO 360:I=J*PI/180
130 PLOT 200+(180*R/(R+1))+(180*COS(I)/(R+1)),180+(180*SIN(I)/(R+1))
140 NEXT J:NEXT N
150 DATA 0,0.33,0.66,1,2,4
160 FOR N=1 TO 3
170 READ X,TO
180 T=TO
190 PLOT 380-180*COS(T)/X,180-(180/X)+180*SIN(T)/X
200 T=T+PI/128
210 IF T>=PI/2 THEN 220 ELSE 190
220 DATA 2,-.638136,1,0.024543,0.5,0.643592
230 NEXT N
240 FOR N=1 TO 3
250 READ X,TO
260 T=-PI/2
270 PLOT 380-180*COS(T)/X,180+(180/X)+180*SIN(T)/X
280 T=T+PI/128
290 IF T>=TO THEN GOTO 300 ELSE 270
300 NEXT N
310 DATA 2,0.662679,1,0,0.5,-0.643592
320 REM CALCULS
330 R=RL:X=XL
340 R=R/ZC:X=X/ZC
350 Y=2*X/((X^2)+(R+1)^2)
360 X=1-Y*(R+1)/X
380 LOCATE (196+180*X)/16,25-((172+180*Y)/16):PRINT"*"
400 XN=X*COS(L)-Y*SIN(L)
410 YN=X*SIN(L)+Y*COS(L)
420 NX=2*YN/(XN^2+YN^2+1-(2*XN))
430 NR=(NX*(1-XN)/YN)-1
440 LOCATE (196+180*XN)/16,25-((172+180*YN)/16):PRINT"*"
```

```
460 LOCATE 25,1:PRINT "RG=";USING"##.#";NR*ZC;:PRINT " OHMS"
470 LOCATE 25,3:PRINT "XG=";USING"##.#";NX*ZC;:PRINT " OHMS"
480 GOSUB 9100
490 GOTO 490
500 REM INTRODUCTION DES DONNEES
510 CLS
520 PRINT:PRINT:PRINT "             ABAQUE DE SMITH"
530 PRINT:INPUT"IMPEDANCE DU CABLE:";ZC
540 PRINT:INPUT"RESISTANCE DE LA CHARGE:";R
550 PRINT:INPUT"REACTANCE DE LA CHARGE:";X
560 PRINT:INPUT"LONGUEUR DE LA LIGNE (EN LONGUEUR       D'ONDE):";L
570 L=-4*PI*L
580 RETURN
```

Exemple d'exécution du programme 2.

```
                ABAQUE DE SMITH
LONGUEUR DE LA LIGNE: L=0.05 LONGUEUR D'
ONDE
 Zc REDUITE          Zg REDUITE
 0.5   + j         1.14   + j  1.68
 0.6   + j         1.34   + j  1.57
 0.7   + j         1.52   + j  1.44
 0.8   + j         1.69   + j  1.31
 0.9   + j         1.83   + j  1.16
 1   + j           1.96   + j  1.01
 1.1   + j         2.08   + j  0.85
 1.2   + j         2.18   + j  0.7
 1.3   + j         2.26   + j  0.54

 1.4   + j         2.33   + j  0.38
 1.5   + j         2.39   + j  0.23
 1.6   + j         2.43   + j  0.08
 1.7   + j         2.47   - j  0.05
 1.8   + j         2.49   - j  0.19
 1.9   + j         2.51   - j  0.33
 2   + j           2.51   - j  0.46
```

PROGRAMME 2

```
10 REM ******************
20 REM *                *
30 REM * ABAQUE DE SMITH *
40 REM *                *
50 REM ******************
```

```
60 CLS
70 PRINT "               ABAQUE DE SMITH":PRINT:PRINT"LONGUEUR DE LA LIG
NE: L=0.05 LONGUEUR D'ONDE"
75 PRINT:PRINT" Zc REDUITE        Zg REDUITE"
80 X=1:L=-0.2*PI
90 FOR R=0.5 TO 2.1 STEP 0.1
100 GOSUB 320
110 IF NX>=0 THEN A$=" + j " ELSE A$=" - j "
120 PRINT:PRINT R ;" + j " TAB(15) INT(NR*100)/100;A$;INT(ABS(NX*100))
/100
130 X=1:NEXT R
140 GOTO 140
320 REM CALCULS
350 Y=2*X/((X^2)+(R+1)^2)
360 X=1-Y*(R+1)/X
400 XN=X*COS(L)-Y*SIN(L)
410 YN=X*SIN(L)+Y*COS(L)
420 NX=2*YN/(XN^2+YN^2+(1-(2*XN)))
430 NR=(NX*(1-XN)/YN)-1
440 RETURN
```

Chapitre VII

PLL : PRINCIPE

CONSTITUTION D'UNE BOUCLE A VERROUILLAGE DE PHASE

Une boucle se compose de quatre parties :

— un comparateur de phase (CP), chargé d'élaborer la différence entre les phases de deux tensions (figure 1).
Suivant les cas, la caractéristique de transfert peut être triangulaire (figure 2) ou sinusoïdale (figure 3).
En régime linéaire, nous écrirons dans les deux cas :

$$K_P = V_1/\varphi = \frac{V_{dd}/2}{\pi/2} = V_{dd}/\pi$$

En régime non linéaire, la caractéristique figure 2, discontinue, ne se prête que difficilement à une exploitation mathématique ; nous adopterons, dans ce cas, l'équation de la caractéristique figure 3, soit :

$V_1 = V_{dd}/2 \sin(\phi_i - \phi_r) = V_{dd}/2 \sin \varphi$.

— Un filtre passe-bas chargé de :
  — définir la zone de capture F_c (voir plus loin),
  — assurer la stabilité du système,
  — filtrer la composante à $\omega_i + \omega_r$, générée en même temps que le signal utile dans le CP.

— Un VCO, oscillateur commandé en tension, délivrant une tension de sortie, de fréquence proportionnelle à sa tension d'entrée. Sa transmittance est appelée K_O.
La définition des différents termes est donnée figure 4.

— Un intégrateur, ''immatériel'', dans la mesure où il n'a aucune présence physique, signalé dans le schéma figure 4. En effet, la grandeur de sortie du VCO est la pulsation d'un signal dont on utilise à l'entrée de la boucle la phase, c'est-à-dire l'intégrale par rapport au temps de la pulsation : $\phi_r = \omega dt$.

FONCTIONNEMENT DE LA BOUCLE

1°) Régime transitoire : cas d'un échelon de fréquence.
En l'absence de signal d'entrée, la boucle délivre sa pulsation centrale, soit ω_0. A l'apparition du signal, tel que sa pulsation soit comprise entre $\omega_0 - \omega_L$ et $\omega_0 + \omega_L$, il naît, à la sortie du comparateur une tension, variable, fonction de la différence des phases des signaux d'entrée et de réaction, de la forme : $v_1 = K_P(\phi_i - \phi_r)$.
Cette fonction croît dans le temps si $\omega_i > \omega_0$ (en négligeant bien sûr toute non-linéarité pour le moment). En l'absence de filtre passe-bas, on a : $v_2 = v_1 (> 0)$ et donc le VCO voit sa pulsation de sortie augmen-

ter et passer à ω_{NO}. Ceci se traduit par une moindre augmentation de $v_1 (= K_P.[\omega_i t - \omega_{NO} t])$, mais une nouvelle croissance de ω_{NO}. Ce phénomène se poursuit jusqu'à la capture, moment précis où $\omega_{NO} = \omega_i$; à cet instant là, v_1 est devenu constant, et correspond à un certain déphasage (constant) entre v_i et v_r. La boucle est verrouillée.
En pratique, ce régime transitoire n'est pas aussi simple que cela, pour plusieurs raisons.

2°) Les imperfections d'une boucle réelle.

— Il y a d'abord un terme parasite à la sortie du comparateur de phase dû à son principe de fonctionnement même. En effet, que celui-ci soit constitué d'un OU exclusif ou bien d'un multiplieur différentiel, le signal d'erreur est constitué du produit des deux tensions v_i et v_r :

$v_i = V_i \sin \omega_i t$
$v_r = V_r \sin \omega_r t$

$$v_i v_r = \frac{V_i V_r}{2} [\text{Sin } (\omega_i t - \omega_r t + \frac{\pi}{2} - \cos (\omega_i t + \omega_r t)]$$

Nous voyons donc apparaître un terme en $\omega_r + \omega_i$, en plus du terme utile en $\omega_i - \omega_r$. Il se superpose donc au signal d'erreur v_1. Cependant, en régime permanent, il ne modifie pas la pureté spectrale de v_1, dans la mesure où sa valeur moyenne est nulle sur une demi-période de v_r.
Ensuite, le comparateur de phase n'a pas la caractéristique rectiligne indiquée figure 4. Au-delà de $\pi/2$, il y a en effet "retournement" de la caractéristique $v_1(\varphi)$, que celle-ci soit linéaire (OU exclusif) ou sinusoïdale : la réaction devient alors positive jusqu'à $3\pi/2$, négative jusqu'à $5\pi/2$, etc. Le système n'a cependant pas de point de fonctionnement stable dans les zones à réaction positive : il s'en éjecte de lui-même, pour se retrouver dans une zone à réaction négative contiguë.

— Enfin, la dernière difficulté provient du fait que, lors d'un échelon de fréquence, par exemple, on ne maîtrise que rarement la phase initiale avec laquelle se présente le signal à $t = o$. Dans ce cas, seule une étude statistique permet de prévoir les limites des lieux de $v_1(t)$ et de connaître ainsi les valeurs extrêmes que peuvent prendre les paramètres de fonctionnement, tels que temps de réponse, etc.

3°) Le filtre passe-bas.
Bien que la réponse de la boucle soit satisfaisante en l'absence de filtre, il est presque nécessaire d'en inclure un dans la boucle et ceci pour plusieurs raisons.
Remarquons d'abord que, contrairement à beaucoup de systèmes asservis, on ne s'intéresse ici que peu au signal de sortie v_r. On utilise en

fait les tensions V_1 ou V_2 qui sont les images, en régime établi, de la fréquence du signal d'entrée V_j. Or, sans filtre, on a pu constater pécédemment que, au signal utile, se superpose une ondulation de pulsation $\omega_i + \omega_r$. Celle-ci perturbe le régime transitoire et doit de toutes façons être éliminée de V_1. Elle constituerait un ''bruit'' inadmissible en démodulation de fréquence. L'utilisation d'un filtre a donc pour but de faire disparaître ce signal gênant et, par là même, tout signal interférant parasite. Cependant, ce filtre ne doit pas pour autant faire disparaître l'erreur ''utile'' en $\omega_i - \omega_r$, responsable du verrouillage de la boucle : d'ailleurs, son atténuation est responsable de l'existence d'un nouveau paramètre, appelé fréquence de capture (f_c). Pour qu'il y ait verrouillage, il faut que la fréquence incidente (f_i) soit comprise dans un domaine de largeur $2f_c$ entourant f_0. Cette contrainte disparaît dès qu'il y a eu verrouillage. Le choix de la constante du filtre agit donc directement sur f_c.
Enfin, le fait d'introduire un tel circuit dans la boucle la transforme en un système du second ordre : il faudra alors prendre garde à la stabilité.

BOUCLE SANS FILTRE PASSE-BAS

Le schéma est alors très simple (voir figure 1). En boucle fermée, le système est du premier ordre et donc toujours stable.

1°) Régime linéaire.
Soit V_{dd}/π la transmittance du comparateur de phase.
Soit $2\omega_L/V_{dd}$ la transmittance du VCO.
Le gain de boucle s'écrit :

$$\phi_r/\phi_i - \phi_r = \frac{V_{dd}}{\pi} \times \frac{2\omega_L}{V_{dd}} \times \frac{1}{p} = \frac{2\omega_L}{\pi} \times \frac{1}{p}$$

$$\phi_r/\phi_i = \frac{2\omega_L/\pi}{1 + p\pi/2\omega_L}$$

La constante de temps de ce système est $\tau = \pi/2\omega_L$ et le temps de réponse à 5 % vaut :

$$3\tau = \frac{3\pi}{2\omega_L}$$

On peut éliminer la fonction SIN de la ligne 220 pour étudier la boucle dans cette hypothèse.

2°) Régime non linéaire.

C'est naturellement le fonctionnement normal de la boucle : la résolution numérique présente tout son intérêt. Le programme permet en effet de tracer la réponse à un échelon de fréquence, en tenant compte de la phase initiale aléatoire avec laquelle se présente l'entrée v_j à $t=0$. Il y a plusieurs possibilités d'détude :

— Tracer la réponse pour plusieurs valeurs fixées de cette phase (PHI en degrés) : 0°, 30°,... Comme prévu, tant que PHI est compris entre −90° et +90°, le système démarre d'une zone à réaction négative et à un comportement linéaire ; en dehors de cet intervalle, la réaction est d'abord positive ; cela se traduit, au départ, par un écart à la valeur finale grandissant dans le temps, puis passage de V_1 à la valeur −1, enfin retour dans une zone à réaction négative. Le phénomène est spectaculaire pour PHI = 100° !

— Tracer la réponse pour des valeurs aléatoires de PHI et superposer sur l'écran toutes les trajectoires correspondantes. Cela permet ainsi de mesurer, dans les conditions les plus favorables, le temps de réponse de la boucle. Il faut alors remplacer la ligne 100 par :

```
LET PHI = -360*RND + 180
```

— Il est possible, enfin de calculer par programme le temps de réponse de la boucle pour de valeurs aléatoires de PHI, puis de tracer un diagramme à barres permettant de connaître le temps de réponse le plus probable.

LE PROGRAMME

Lignes 60 à 120 : initialisation des paramètres.
Lignes 140 à 180 : tracé des axes.
Ligne 190 : introduction de la valeur initiale de la phase.
Lignes 200 à 250 : calculs.
Lignes 260 à 330 : introduction de la valeur désirée pour la phase initiale. La nouvelle courbe se superpose alors à celle obtenue pour une phase initiale nulle.

LES VARIABLES

FO : fréquence centrale du VCO.
FL : fréquence de verrouillage.
FI : fréquence d'entrée.
V1 : tension initiale à l'entrée du VCO.
PH : phase initiale à la sortie du CP.
FX : fréquence instantanée du VCO.
DT : intervalle de calcul.

S : valeur de PH désirée à t = 0 (introduire 4 chiffres ; l'exprimer en degrés).

Comportement de la boucle du premier ordre, suivant la valeur initiale de la phase.

REMARQUES SUR LE PROGRAMME

1°) Comme on a pu le constater, nous avons éliminé, par souci de simplification, l'état de repos de la boucle. En pratique, un comparateur de phase est constitué par un système qui délivre au repos (fréquence d'entrée F_i = fréquence centrale du VCO = F_O, ou bien pas de signal d'entrée) une tension de valeur moyenne égale à la moitié de la tension d'alimentation V_{dd}. Ceci correspond à un déphasage de $\pi/2$ entre les deux entrées du CP. Nous avons donc posé, à l'équilibre, $V_1 = V_2 = 0$ (au lieu de $V_{dd}/2$).
$\varphi = o$ (au lieu de $\pi/2$). Les notations utilisées sont les mêmes que dans le texte sauf :
— PHI = phase initiale en degrés.
— FN0 = fréquence instantanée du VCO.
— DT = intervalle de calcul, pris égal à 1/8 de la période I/F_j du signal d'entrée.

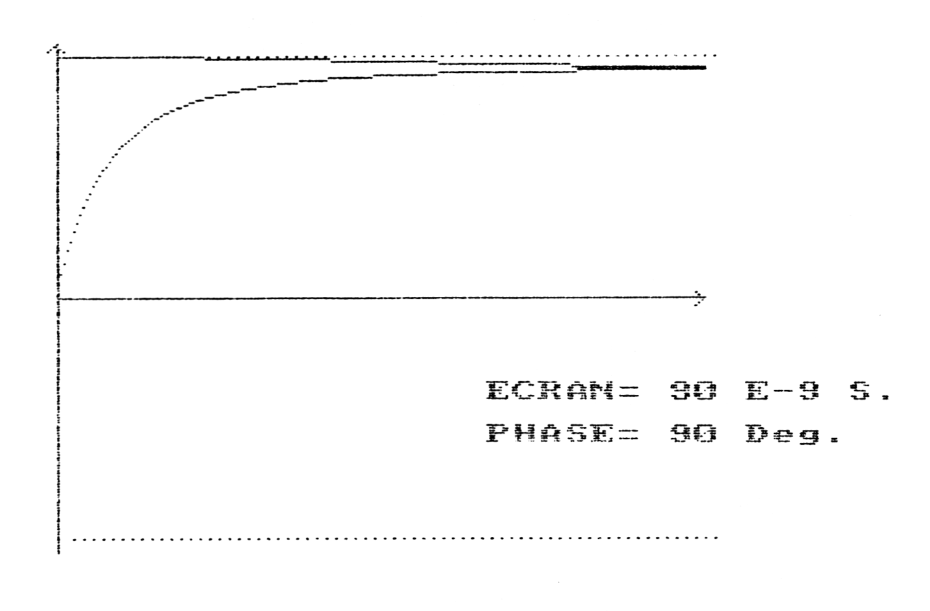
2°) L'exemple proposé est le suivant :
F0 = 50 kHz
F_L = 20 kHz
F_j = 69 kHz (valeur quelconque entre 50 − 20 = 30 kHz et 50 + 20 = 70 kHz pour qu'il y ait verrouillage).

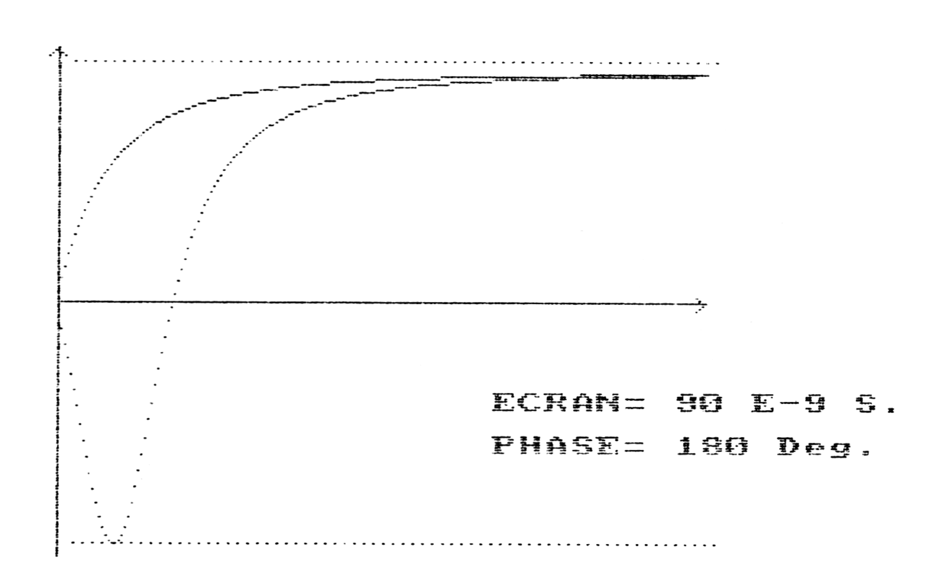
3°) On constate que les résultats "linéaires" sont à peu près applicables lorsque la phase initiale est comprise entre −90° et +90°. Dans ce cas, en effet, le système part d'une zone où il y a effectivement contre-réaction ($\Delta V_I/\Delta\varphi > 0$) et donc n'a aucune raison d'en sortir. Par contre, si $-270 < \varphi < -90$ et $+90 < \varphi < +270°$, le système voit son gain dynamique changer de signe ($\triangle V_1/\triangle\varphi < 0$) : il y a réaction positive. Sur l'écran, on constate que le point de fonctionnement s'éloigne d'abord de l'équilibre final (c'est-à-dire $V_I = 0{,}95$ dans l'exemple numérique choisi), passe par $V_I = -I$ (soit : $\varphi = 270°$), puis retourne au régime linéaire, avec une phase initiale à ce moment-là de +270°. Dans de tels cas, le temps de verrouillage peut atteindre 8 cycles de F_I.

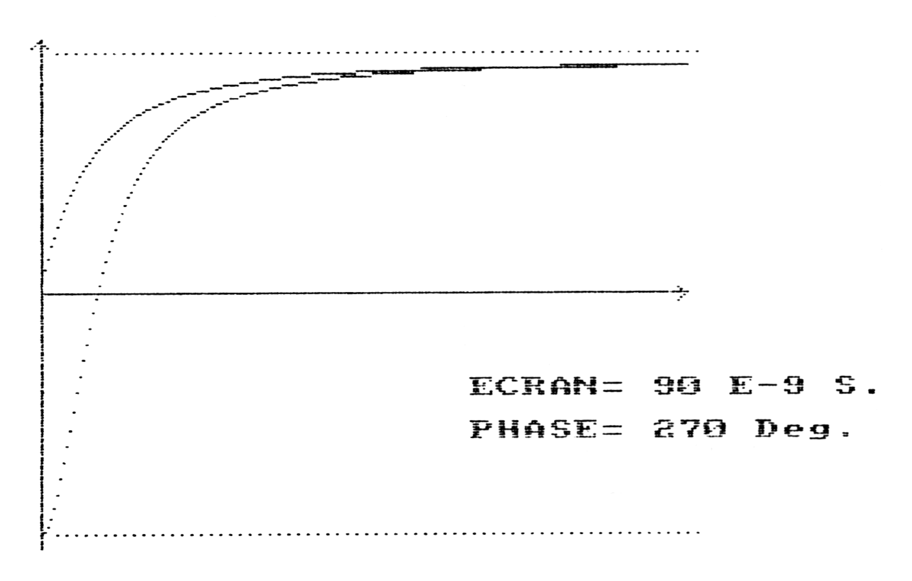
4°) Nous pouvons également remarquer que, même en régime de réaction négative, le temps de verrouillage de la boucle est plus important que ne le prévoit la théorie de son fonctionnement linéaire. En effet,

dans ce cas, et à cause de la caractéristique sinusoïdale du CP, le gain dynamique de la boucle diminue et tend vers 0 lorsque F_I se rapproche de $F_O = F_L$ (ou $F_O - F_L$) car, alors la limite finale de V_I est +I (ou −I), valeur pour laquelle la pente de la fonction sinus tend vers 0.

```
10 REM *****************
20 REM *               *
30 REM * PPL D'ORDRE 1 *
40 REM *               *
50 REM *****************
60 FO=50000:REM FREQUENCE D'ENTREE
70 FL=20000:REM FREQUENCE DE VERROUILLAGE
80 FI=69000:REM FREQUENCE D'ENTREE
90 V1=0:REM TENSION INITIALE
100 PH=0:REM PHASE INITIALE (EN DEGRES)
110 FX=FO
120 DT=1/(32*FI)
130 CLS
140 PLOT 10,190:DRAWR 400,0:DRAWR -5,5:DRAWR 5,-5:DRAWR -5,-5
150 PLOT 10,0:DRAWR 0,380:DRAWR -5,-5:DRAWR 5,5:DRAWR 5,-5
160 FOR N=10 TO 210 STEP 3
170 PLOT 2*N,10:PLOT 2*N,370
180 NEXT
190 PH=PH*PI/180
200 FOR I=0 TO 200
210 PH=PH+2*PI*DT*(FI-FX)
220 V1=SIN(PH)
230 FX=FO+FL*V1
240 PLOT 10+2*I,190+180*V1
250 NEXT
260 LOCATE 29,1:INPUT "PHASE=";P
270 LOCATE 29,1:PRINT"              "
290 LOCATE 25,20:PRINT "PHASE=";P;"Deg."
300 T=INT(200*DT*1000000)
310 LOCATE 25,18:PRINT "ECRAN=";T;"E-9 S."
330 PH=P:FX=FO:GOTO 190
```


ECRAN= 90 E-9 S.
PHASE= 90 Deg.


ECRAN= 90 E-9 S.
PHASE= 180 Deg.



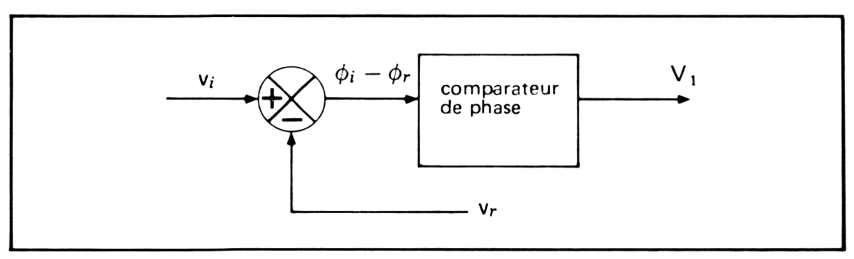


Figure 1 : En posant :
$v_i = V_i \sin(\omega_i t + \varphi_i)$
$v_i = V_i \sin \phi_i$
et $v_r = V_r \sin \omega_r t$
$v_r = V_r \sin \phi_r$
on a $V_1 = K_p (\phi_i - \phi_r)$.

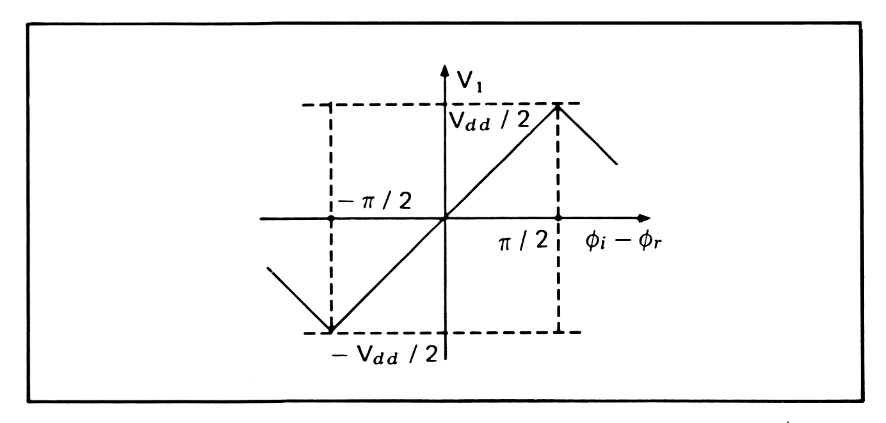


Figure 2 : Comparateur de phase à caractéristique triangulaire.

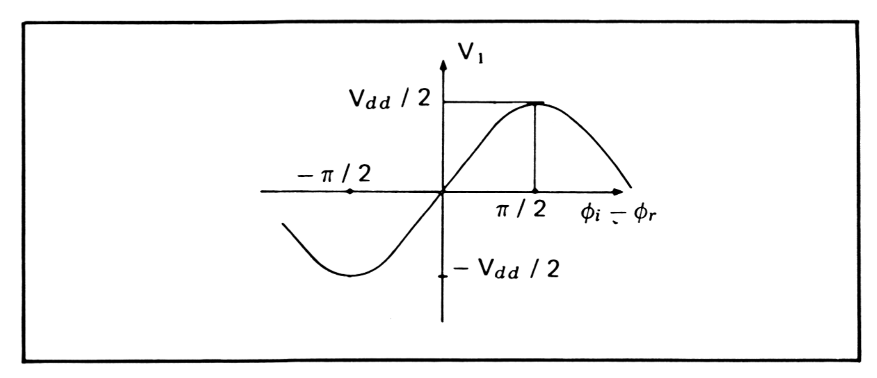


Figure 3 : Comparateur de phase à caractéristique sinusoïdale.

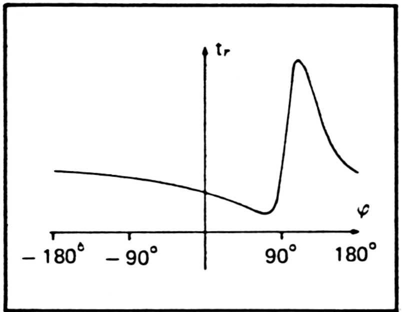


Figure 5 : Temps de réponse de la boucle en fonction de la phase initiale.

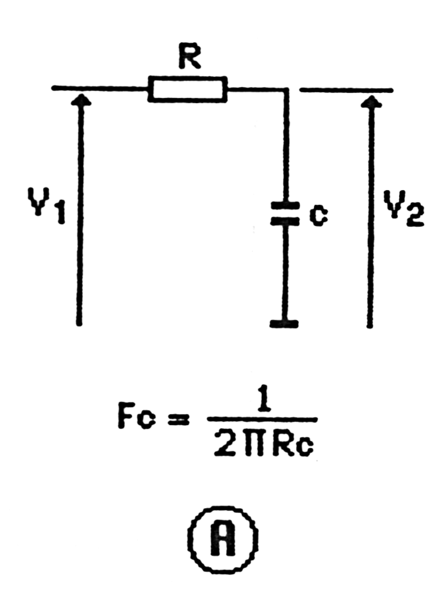
Figure 4 : Schéma synoptique d'une boucle à verrouillage de phase.

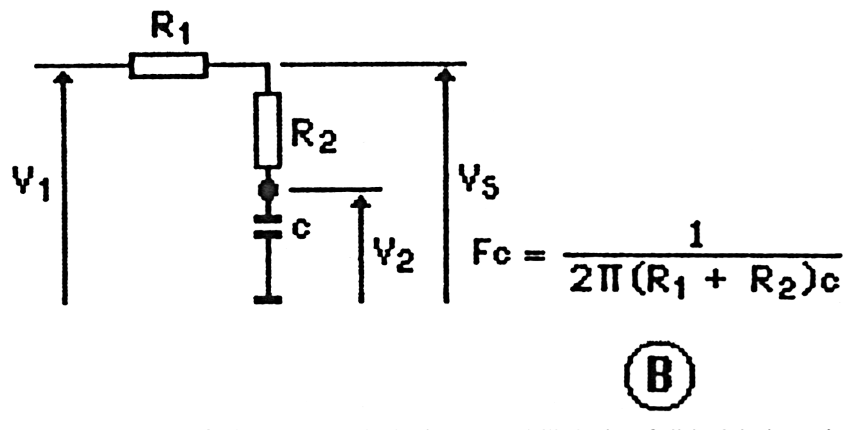
BOUCLE A VERROUILLAGE DE PHASE DU SECOND ORDRE

Le programme précédent rappelle le principe de fonctionnement d'une boucle à verrouillage de phase. Ce composant joue un rôle important dans les systèmes de communication moderne. En particulier, il est aujourd'hui universellement employé pour la démodulation de fréquence dans les récepteurs radio. Les notations employées dans le texte sont les mêmes que précédemment.
Le programme sert principalement à étudier le régime transitoire pour un signal d'entrée FSK. Ce type de modulation est utilisé pour transmettre des informations binaires. Un "O" est représenté par une certaine fréquence F_o (qui sera justement la fréquence centrale — ou de repos — de la boucle étudiée) et un "1" pour une autre fréquence F_i.
Nous proposons un exemple numérique, en liaison avec une manipulation qui a été effectuée au laboratoire. Cela nous permettra de confronter résultats numériques et expérimentaux.
Il faut donc fournir successivement au programme :

— la fréquence centrale F_o de la PLL,
— la fréquence de verrouillage FL.

Ces deux quantités sont définies par construction, en fonction des caractéristiques du VCO.
Le choix est ensuite donné entre deux types de filtres passe-bas.





Le filtre de type A donne en général une stabilité plus faible à la boucle qu'un filtre de type B.
Il faut enfin fournir la valeur de la fréquence d'entrée FI.
Le programme dessine alors l'aspect de la tension V_2 (cas A) ou V_2 et V_S (cas B). Le signal en V_S est, dans ce cas, mieux filtré qu'en V_2.

LE PROGRAMME

Il permet donc d'étudier la réponse d'une boucle, dans le cas d'un échelon de fréquence.

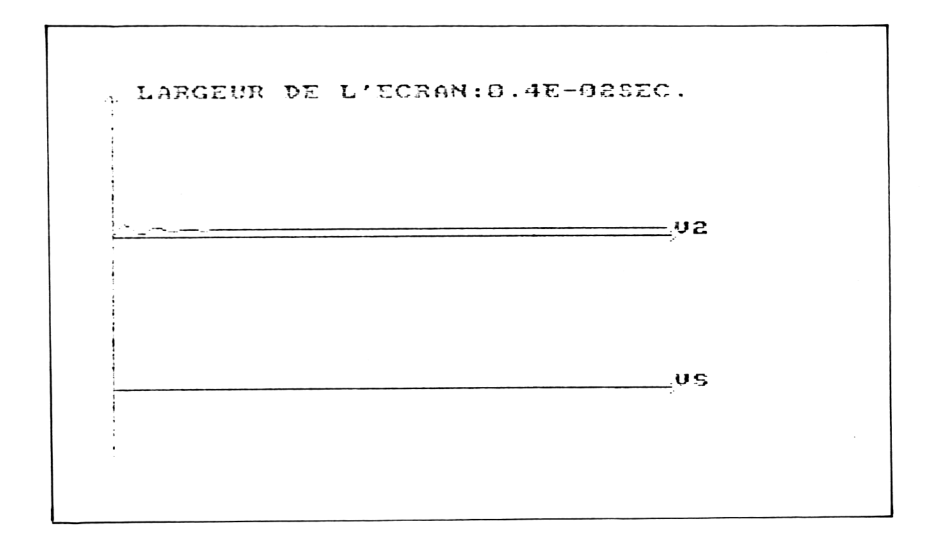
Lignes 80 à 120 et 190	: entrée des données.
130 à 180 et 200 à 210	: initialisation des variables.
Lignes 220 à 330	: calcul et affichage des valeurs.
Sous-programme 350 à 420	: tracé des axes ; inscriptions sur l'écran.

LES VARIABLES

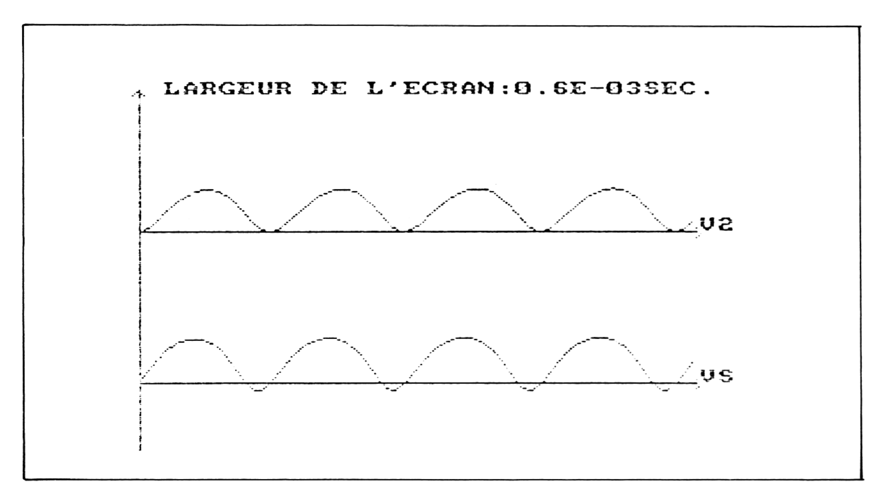
F0	: fréquence centrale.
FL	: fréquence de verrouillage.
H	: détermine le type de filtre.
FC	: fréquence de coupure du filtre passe-bas.
VDD	: tension d'alimentation.
RC	: constante de temps du filtre.
FX0	: valeur instantanée de la fréquence du VCO.
V1	: tension d'entrée du filtre.
V2	: tension de sortie du filtre (aux bornes de C).
DT	: intervalle de calcul.
PH	: valeur de la phase à la sortie du CP.
DV2	: variation de la tension aux bornes de C pendant DT.
VS	: tension d'entrée du VCO.
KV	: transmittance du VCO.

```
REGIMES TRANSITOIRES DANS UNE P.L.L.
FREQUENCE CENTRALE:? 5E4
FREQUENCE DE VERROUILLAGE:? 2E4
FILTRE RC (1)  OU FILTRE R1,R2,C (2):? 1
FREQUENCE DE COUPURE (1/2*PI*RC)? 1E3
FREQUENCE D'ENTREE:? 5.1E4
```

Données numériques valables — sauf contre-indication — pour toutes les photos.




```
REGIMES TRANSITOIRES DANS UNE P.L.L.
FREQUENCE CENTRALE:? 5E4
FREQUENCE DE VERROUILLAGE:? 2E4
FILTRE RC (1)  OU FILTRE R1,R2,C (2):? 2
FREQUENCE DE COUPURE (1/2*PI*RC)? 1E3
R2/(R1+R2)=? 0.1
FREQUENCE D'ENTREE:? 60E3
```



FI = 57,8 kHz filtre (1)

REGIMES TRANSITOIRES DANS UNE P.L.L.
FREQUENCE CENTRALE:? 5E4
FREQUENCE DE VERROUILLAGE:? 2E4
FILTRE RC (1) OU FILTRE R1,R2,C (2):? 1
FREQUENCE DE COUPURE (1/2*PI*RC)? 1E3
FREQUENCE D'ENTREE:? 57.5E3

LARGEUR DE L'ECRAN:0.8E-03SEC.

V2

VS

FI = 60 kHz filtre (1)
absence de verrouillage

FILTRE TYPE (2) FI = 55 kHz

```
REGIMES TRANSITOIRES DANS UNE P.L.L.
FREQUENCE CENTRALE:? 5E4
FREQUENCE DE VERROUILLAGE:? 2E4
FILTRE RC (1)  OU FILTRE R1,R2,C (2):? 1

FREQUENCE DE COUPURE (1/2*PI*RC)? 1E3

FREQUENCE D'ENTREE:? 55E3

  LARGEUR DE L'ECRAN:0.1E-02SEC.
```

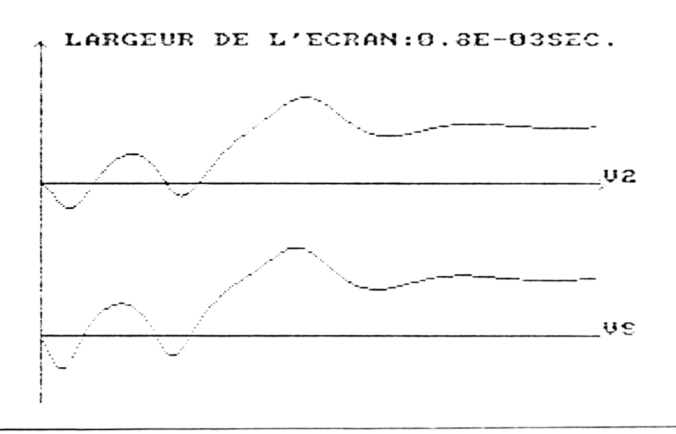

FI = 57,8 kHz

```
REGIMES TRANSITOIRES DANS UNE P.L.L.
FREQUENCE CENTRALE:? 5E4
FREQUENCE DE VERROUILLAGE:? 2E4
FILTRE RC (1)  OU FILTRE R1,R2,C (2):? 2

FREQUENCE DE COUPURE (1/2*PI*RC)? 1E3
R2/(R1+R2)=? 0.1
FREQUENCE D'ENTREE:? 57.5E3
    LARGEUR DE L'ECRAN:0.8E-03SEC.
```

```
REGIMES TRANSITOIRES DANS UNE P.L.L.
FREQUENCE CENTRALE:? 5E4
FREQUENCE DE VERROUILLAGE:? 2E4
FILTRE RC (1)  OU FILTRE R1,R2,C (2):? 2

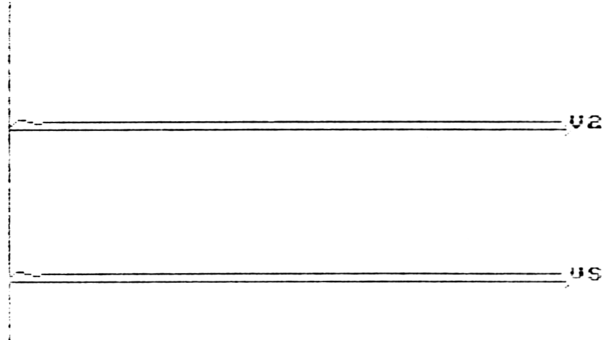
FREQUENCE DE COUPURE (1/2*PI*RC)? 1E3
R2/(R1+R2)=? 0.1
FREQUENCE D'ENTREE:? 57.5E3
```

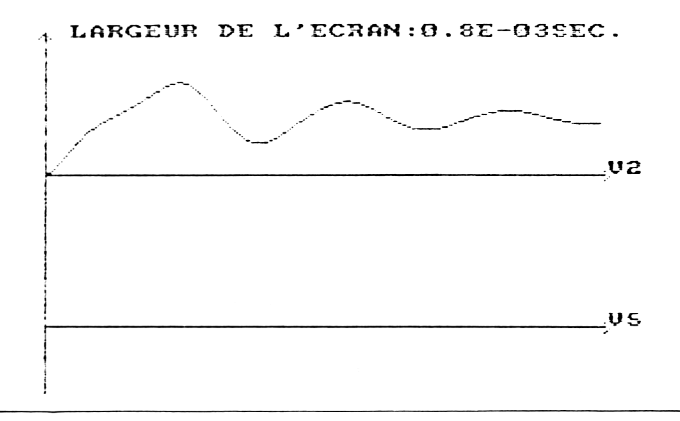



```
REGIMES TRANSITOIRES DANS UNE P.L.L.
FREQUENCE CENTRALE:? 5E4
FREQUENCE DE VERROUILLAGE:? 2E4
FILTRE RC (1)  OU FILTRE R1,R2,C (2):? 2

FREQUENCE DE COUPURE (1/2*PI*RC)? 1E3
R2/(R1+R2)=? 0.1
FREQUENCE D'ENTREE:? 51E3

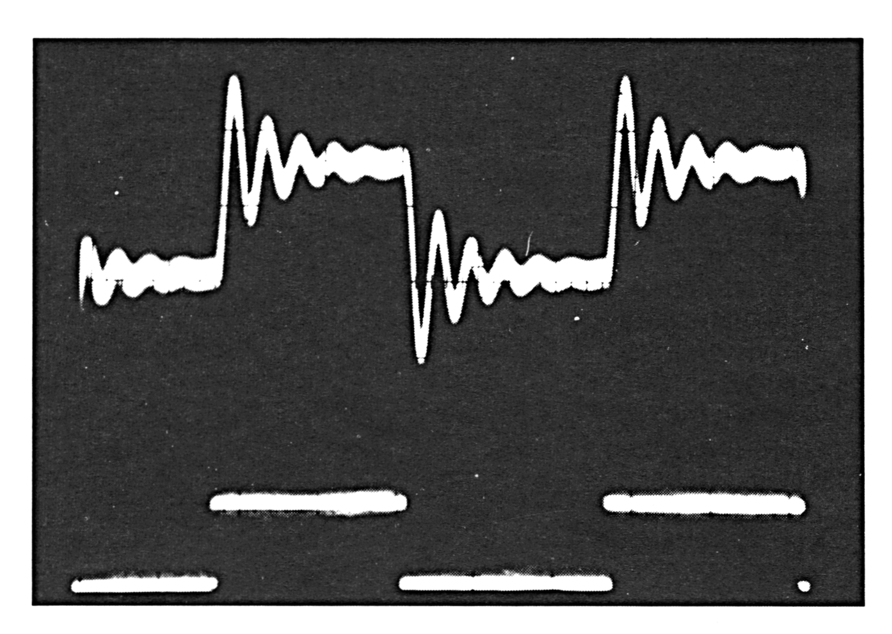
LARGEUR DE L'ECRAN:0.4E-02SEC.
```



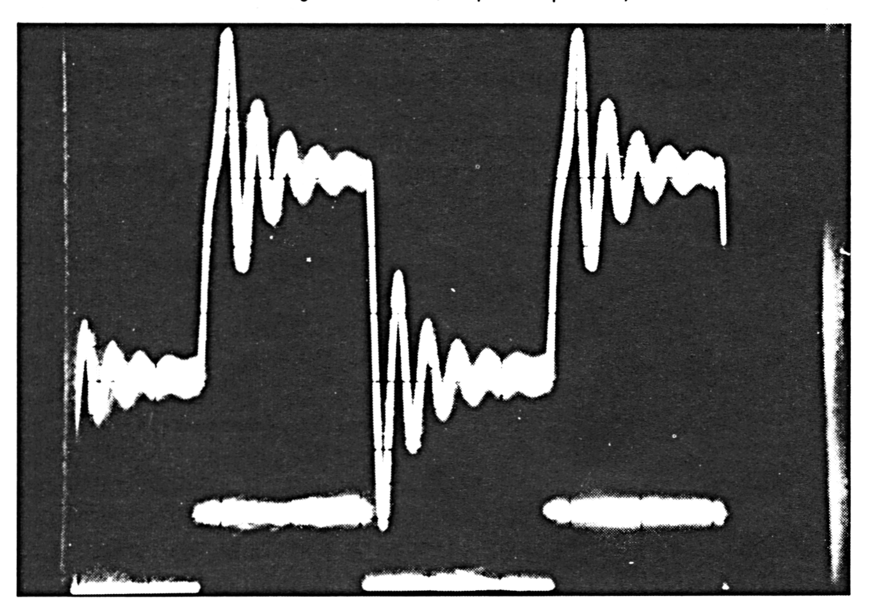



```
10 REM ************************
20 REM *                      *
30 REM * REGIMES TRANSITOIRES *
40 REM *    DANS UNE P.L,L.   *
50 REM *                      *
60 REM ************************
70 CLS
80 PRINT "REGIMES TRANSITOIRES DANS UNE P.L.L."
90 PRINT:INPUT "FREQUENCE CENTRALE:";FO
100 PRINT:INPUT "FREQUENCE DE VERROUILLAGE:";FL
110 PRINT:INPUT "FILTRE RC (1)  OU FILTRE R1,R2,C (2):";H
120 PRINT:INPUT "FREQUENCE DE COUPURE (1/2*PI*RC)";FC
125 PRINT
130 IF H=2 THEN INPUT "R2/(R1+R2)=";A
140 VDD=10:RC=1/(2*PI*FC)
150 FXO=FO
```

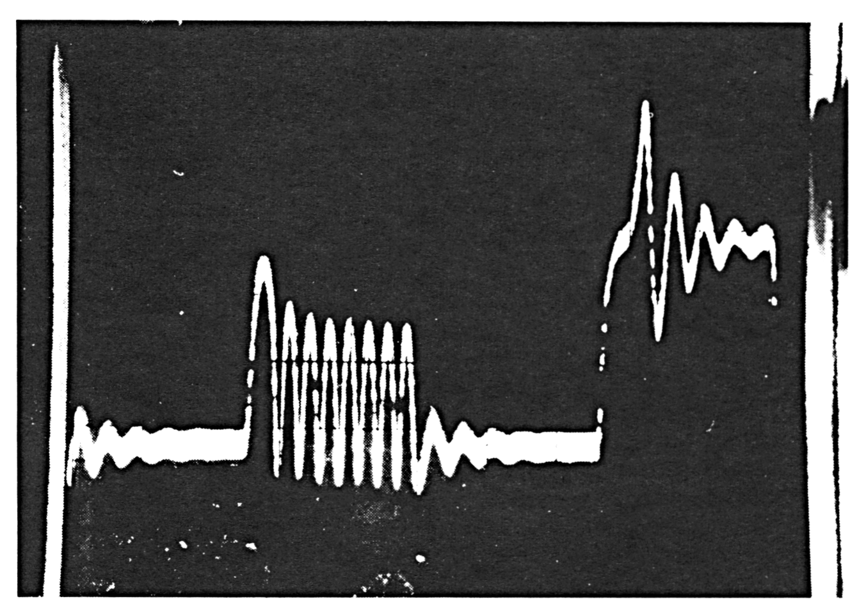
```
160 PH=0
170 KV=4*PI*FL/VDD
180 V1=0:V2=0:DV2=0
190 PRINT:INPUT "FREQUENCE D'ENTREE:";FI
200 DT=1/(40*(FI-FO))
210 IF DT>RC/10 THEN DT=RC/10
220 CLS:GOSUB 350
230 FOR I=0 TO 240
240 PH=PH+(FI-FXO)*2*PI*DT
250 V1=(VDD/2)*SIN(PH)
260 DV2=(V1-V2)*DT/RC
270 V2=V2+DV2
280 VS=V2+A*(V1-V2)
290 FXO=FO+(KV*VS/(2*PI))
300 PLOT 10+2*I,240+32*V2
310 IF H=1 THEN GOTO 330
320 PLOT 10+2*I,80+32*VS
330 NEXT I
340 END
350 REM AXES
360 PLOT 10,240:DRAWR 490,0:DRAWR -5,5:DRAWR 5,-5:DRAWR -5,-5:LOCATE 3
2,10:PRINT "V2"
370 PLOT 10,80:DRAWR 490,0:DRAWR -5,5:DRAWR 5,-5:DRAWR -5,-5:LOCATE 32
,20:PRINT "VS"
380 PLOT 10,10:DRAWR 0,380:DRAWR -5,-5:DRAWR 5,5:DRAWR 5,-5
390 LOCATE 3,1:PRINT "LARGEUR DE L'ECRAN:";USING "#.#^^^^";(240*DT);:P
RINT"SEC."
420 RETURN
```



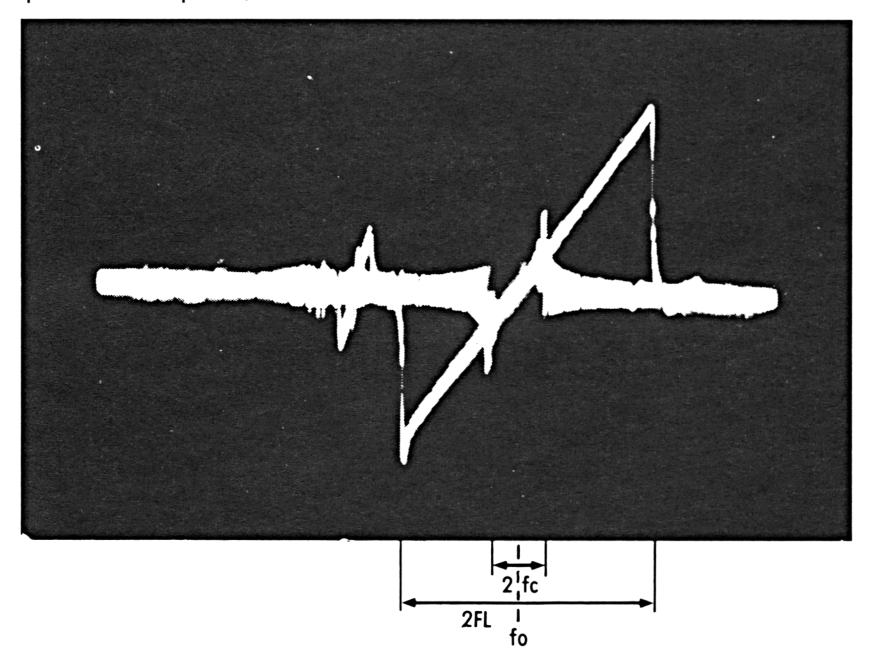
Oscillogramme N° 1 (comparer à photo 2).



Oscillogramme n° 2 (comparer à figure 2). Remarquer la ''distorsion'' sur la première demi-période.
Oscillogrammes relevés au laboratoire (boucle de même caractéristique que celle proposée dans le programme).



Oscillogramme n° 3 (instabilité de fonctionnement autour de la fréquence de capture).



Courbe de transfert relevée de la boucle ($V_2 = f(f_j)$)
Oscillogramme n° 4.

Annexe 1

CHOIX DE VALEURS NORMALISÉES

RECHERCHE DE VALEURS NORMALISÉES

Lorque l'on a à trouver la valeur de composants électroniques obéissant à une certaine valeur, cela est très facile. Dans le cas d'une formule du type :

$$f = \frac{1}{RC}$$

(cas du décodeur 567), connaissant f, il est aisé, en se fixant R, d'en déduire une valeur de C. En général (loi dite de Murphy), cette valeur de C n'est pas normalisée. On se fixe alors une nouvelle valeur de R, d'où l'on déduit une nouvelle valeur de C, qui, elle aussi, n'est pas normalisée... Le problème est donc, ayant choisi une valeur normalisée pour R, d'en trouver une pour C, ou éventuellement la totalité des couples R, C normalisés obéissant à la relation.
La capacité de calcul d'un micro-ordinateur est ici la bienvenue. Il est possible d'examiner par programme toutes les valeurs normalisées de R, puis, pour chacune d'entre elles, s'il existe, avec une certaine précision, une valeur normalisée correspondante pour C.
Nous supposerons que R peut prendre toutes les valeurs de la série E 12, comprise entre 100 Ω et 1 MΩ. C sera également pris dans la série E 12 et pourra prendre des valeurs comprises entre 1 nF et 1000 µF. Ces contraintes seront facilement modifiables.

LES PROGRAMMES

Ils ont tous la même architecture.

Programme n° 1

Lignes 50 et 60 : initialisation des valeurs normalisées.
Lignes 110 à 150 : calcul de toutes les valeurs possibles de résistances.
Lignes 160 et 170 : pour chaque valeur de résistance, on cherche la valeur de C correspondant à la relation :

$$f = \frac{1}{RC}$$

Les valeurs trop petites (< 1 nF) ou trop grandes > 1000 nF) sont éliminées.
Lignes 180 à 200 : pour une valeur de C convenable, on cherche la puissance de 10 par laquelle il faut multiplier C pour trouver un nombre supérieur à 1 (donc compris entre 1 et 10).
Lignes 210 et 220: ce noveau nombre est comparé à ± 5 % aux dif-

férents nombres composant la série dans laquelle est pris le condensateur C.

Lignes 240 et 250: s'il existe une valeur convenable, celle-ci est affichée.

Ligne 270 : data contenant les 13 nombres de la série E 12 dans laquelle sont supposés pris condensateurs et résistances.

Le programme n° 2 distingue la série E 12 choisie pour les résistances (data en ligne 350) de la série E 6 choisie pour les capacités (data en ligne 360).

Le programme n° 3 permet de calculer les éléments d'un multivibrateur astable réalisé à l'aide d'un Timer type 555. La formule utilisée est alors la suivante :

$$f = \frac{1{,}44}{(R_A + 2\ R_B)C}$$

Il est demandé à l'utilisateur la valeur de f choisie et une valeur possible pour R_A. Le programme en déduit R_B et C.

LES VARIABLES

V(13) : tableau contenant la série (E 12) des résistances.
W(13) : tableau contenant la série (E 12 ou E 6) des condensateurs.
R(52) : tableau contenant toutes les valeurs possibles normalisées de résistances (de 100 Ω à 1 MΩ).
N : valeur de la puissance de 10 que contient le nombre représentant la capacité du condensateur.
K : variable de défilement de toutes les valeurs de résistances.
A : variable de défilement des valeurs normalisées de condensateur.

PROGRAMME 1

$F = \frac{1}{RC}$, R et C dans la série E 12

```
1 REM *************************
3 REM *       CALCUL          *
4 REM *                       *
5 REM * DE VALEURS NORMALISEES *
6 REM *                       *
7 REM *************************
10 CLS
15 PRINT:PRINT"  Ce programme calcule les valeurs"
20 PRINT:PRINT"normalisees des composants R et C"
30 PRINT:PRINT"correspondant a la formule f=1/RC."
35 PRINT:PRINT"R et C etant pris dans la serie E12"
40 DIM V(13):DIM W(13):DIM R(52)
50 FOR I=1 TO 13
60 READ U:V(I)=U:W(I)=U:NEXT I
70 PRINT:INPUT "Frequence=";F
80 CLS:PRINT"             F= ";F;"Hz":PRINT
100 K=1:P=1
110 FOR N=2 TO 5
120 FOR I=1 TO 13
130 R(K)=V(I)*10^N
140 K=K+1
150 NEXT I:NEXT N
160 FOR K=1 TO 52
170 C=1/(F*R(K)):D=C:IF C<0.000000001 OR C>0.001 THEN 260
180 N=0
190 D=D*10:N=N+1
200 IF D>=1 THEN 210 ELSE 190
210 FOR A=1 TO 13
220 IF D<1.05*W(A) AND D>0.95*W(A) THEN 240
230 NEXT A:GOTO 260
240 PRINT"R=";R(K);"OHMS";"   C=";W(A);"*10^";6-N;"micro-F."
260 NEXT k
270 DATA 1,1.2,1.5,1.8,2.2,2.7,3.3,3.9,4.7,5.6,6.8,8.2,10
280 GOTO 280
8900 END
9000 Z=0
9100 REM *COPIE ECRAN*
9110 RESTORE 9190:TOT=0
```

```
9140 MEMORY &9FFF
9150 FOR I= &A000 TO &A0B0
9160 READ V:POKE I,V:TOT=TOT+V
9170 NEXT I
9180 IF TOT<> 20364 THEN PRINT "ERREUR EN DATA" ELSE CALL &A000:RETURN
9190 DATA 205,166,160,62,27,205,157,160
9200 DATA 62,49,205,157,160,205,186,187
9210 DATA 205,231,187,50,180,160,17,0
9220 DATA 0,33,143,1,34,178,160,62
9225 DATA 7,50,177,160,62,10,205,157
9230 DATA 160,0,0,0,0,0,62,27
9240 DATA 205,157,160,62,76,205,157,160
9250 DATA 62,127,205,157,160,62,2,205
9260 DATA 157,160,14,0,58,177,160,71
9270 DATA 229,197,213,205,240,187,209,193
9280 DATA 33,180,160,190,225,55,32,1
9290 DATA 167,203,17,43,43,16,233,58
9300 DATA 177,160,254,7,40,7,175,203
9310 DATA 17,203,17,203,17,121,205,157
9320 DATA 160,19,229,33,127,2,55,237
9330 DATA 82,225,56,5,42,178,160,24
9340 DATA 193,35,124,181,40,32,43,17
9350 DATA 0,0,34,178,160,62,7,189
9360 DATA 32,146,124,180,32,142,62,4
9370 DATA 50,177,160,24,135,205,46,189
9380 DATA 56,251,205,43,189,201,62,27
9390 DATA 205,157,160,62,64,205,157,160,201
```

```
                 F=   11500 Hz

R=  150  OHMS      C= 5.6  *10↑-1  micro-F.
R=  180  OHMS      C= 4.7  *10↑-1  micro-F.
R=  220  OHMS      C= 3.9  *10↑-1  micro-F.
R=  270  OHMS      C= 3.3  *10↑-1  micro-F.
R=  330  OHMS      C= 2.7  *10↑-1  micro-F.
R=  390  OHMS      C= 2.2  *10↑-1  micro-F.
R=  470  OHMS      C= 1.8  *10↑-1  micro-F.
R=  560  OHMS      C= 1.5  *10↑-1  micro-F.
R=  1500  OHMS      C= 5.6  *10↑-2  micro-F.
R=  1800  OHMS      C= 4.7  *10↑-2  micro-F.
R=  2200  OHMS      C= 3.9  *10↑-2  micro-F.
R=  2700  OHMS      C= 3.3  *10↑-2  micro-F.
R=  3300  OHMS      C= 2.7  *10↑-2  micro-F.
R=  3900  OHMS      C= 2.2  *10↑-2  micro-F.
R=  4700  OHMS      C= 1.8  *10↑-2  micro-F.
R=  5600  OHMS      C= 1.5  *10↑-2  micro-F.
R=  15000  OHMS      C= 5.6  *10↑-3  micro-F.
R=  18000  OHMS      C= 4.7  *10↑-3  micro-F.
R=  22000  OHMS      C= 3.9  *10↑-3  micro-F.
R=  27000  OHMS      C= 3.3  *10↑-3  micro-F.

R=  33000  OHMS      C= 2.7  *10↑-3  micro-F.
R=  39000  OHMS      C= 2.2  *10↑-3  micro-F.
R=  47000  OHMS      C= 1.8  *10↑-3  micro-F.
R=  56000  OHMS      C= 1.5  *10↑-3  micro-F.
```

```
RA= 6800   OHMS C= 4.7 *10↑-3 micro-F.
RA= 18000  OHMS C= 3.3 *10↑-3 micro-F.
RA= 39000  OHMS C= 2.2 *10↑-3 micro-F.
RA= 100000 OHMS C= 1   *10↑-3 micro-F.
RA= 100000 OHMS C= 1   *10↑-3 micro-F.
```

```
             F=  50000  Hz
            RB=  5600  OHMS

RA= 1500   OHMS C= 2.2 *10↑-3 micro-F.
RA= 1800   OHMS C= 2.2 *10↑-3 micro-F.
RA= 2200   OHMS C= 2.2 *10↑-3 micro-F.
RA= 8200   OHMS C= 1.5 *10↑-3 micro-F.
```

```
10 REM *************************
20 REM *       CALCUL          *
30 REM *                       *
40 REM * DE VALEURS NORMALISEES *
50 REM *                       *
60 REM *************************
70 CLS
80 PRINT:PRINT"  Ce programme calcule les valeurs"
90 PRINT:PRINT"normalisees des composants R et C"
100 PRINT:PRINT"correspondant a la formule f=1/RC."
110 PRINT:PRINT"R etant pris dans la serie E12 et C dansla serie E6."
120 DIM V(13):DIM W(13):DIM R(52)
130 FOR I=1 TO 13:READ U:V(I)=U:NEXT I
140 FOR I=1 TO 7:READ U:W(I)=U:NEXT I
150 PRINT:INPUT "Frequence=";F
160 CLS:PRINT"            F= ";F;"Hz":PRINT
180 K=1:P=1
190 FOR N=2 TO 5
200 FOR I=1 TO 13
210 R(K)=V(I)*10^N
220 K=K+1
230 NEXT I:NEXT N
240 FOR K=1 TO 52
250 C=1/(F*R(K)):D=C:IF C<0.000000001 OR C>0.001 THEN 330
260 N=0
270 D=D*10:N=N+1
280 IF D>=1 THEN 290 ELSE 270
```

```
290 FOR A=1 TO 7
300 IF D<1.05*W(A) AND D>0.95*W(A) THEN 320
310 NEXT A:GOTO 330
320 PRINT"R=";R(K);"OHMS";"    C=";W(A);"*10^";6-N;"micro-F."
330 NEXT k
340 GOTO 340
350 DATA 1,1.2,1.5,1.8,2.2,2.7,3.3,3.9,4.7,5.6,6.8,8.2,10
360 DATA 1,1.5,2.2,3.3,4.7,6.8,10
370 GOTO 370
```

```
              F=    11500 Hz
R= 180  OHMS        C= 4.7 *10↑-1 micro-F.
R= 270  OHMS        C= 3.3 *10↑-1 micro-F.
R= 390  OHMS        C= 2.2 *10↑-1 micro-F.
R= 560  OHMS        C= 1.5 *10↑-1 micro-F.
R= 1800  OHMS        C= 4.7 *10↑-2 micro-F.
R= 2700  OHMS        C= 3.3 *10↑-2 micro-F.
R= 3900  OHMS        C= 2.2 *10↑-2 micro-F.
R= 5600  OHMS        C= 1.5 *10↑-2 micro-F.
R= 18000  OHMS        C= 4.7 *10↑-3 micro-F.
R= 27000  OHMS        C= 3.3 *10↑-3 micro-F.
R= 39000  OHMS        C= 2.2 *10↑-3 micro-F.
R= 56000  OHMS        C= 1.5 *10↑-3 micro-F.

              F=    54000 Hz
R= 120  OHMS        C= 1.5 *10↑-1 micro-F.
R= 180  OHMS        C= 1 *10↑-1 micro-F.
R= 270  OHMS        C= 6.8 *10↑-2 micro-F.
R= 390  OHMS        C= 4.7 *10↑-2 micro-F.
R= 560  OHMS        C= 3.3 *10↑-2 micro-F.
R= 820  OHMS        C= 2.2 *10↑-2 micro-F.
R= 1200  OHMS        C= 1.5 *10↑-2 micro-F.
R= 1800  OHMS        C= 1 *10↑-2 micro-F.
R= 2700  OHMS        C= 6.8 *10↑-3 micro-F.
R= 3900  OHMS        C= 4.7 *10↑-3 micro-F.
R= 5600  OHMS        C= 3.3 *10↑-3 micro-F.
R= 8200  OHMS        C= 2.2 *10↑-3 micro-F.
R= 12000  OHMS        C= 1.5 *10↑-3 micro-F.
R= 18000  OHMS        C= 1 *10↑-3 micro-F.

              F=    200000 Hz
R= 150  OHMS        C= 3.3 *10↑-2 micro-F.
R= 220  OHMS        C= 2.2 *10↑-2 micro-F.
R= 330  OHMS        C= 1.5 *10↑-2 micro-F.
R= 1500  OHMS        C= 3.3 *10↑-3 micro-F.
R= 2200  OHMS        C= 2.2 *10↑-3 micro-F.
R= 3300  OHMS        C= 1.5 *10↑-3 micro-F.
```

```
10 REM *************************
20 REM *       CALCUL          *
30 REM *                       *
40 REM *                       *
50 REM * DE VALEURS NORMALISEES *
60 REM *                       *
70 REM *************************
80 CLS
90 PRINT:PRINT"  Ce programme calcule les valeurs"
100 PRINT:PRINT"normalisees des composants R et C"
110 PRINT:PRINT"correspondant a la formule":PRINT:PRINT"f=1.44/(RA+2*R
B)C."
115 PRINT:PRINT"RA etant pris dans la serie E12 et C    dans la serie
E6."
117 PRINT:PRINT"F et RB etant donnees.
120 DIM V(13):DIM W(13):DIM R(52)
130 FOR I=1 TO 13:READ U:V(I)=U:NEXT I
140 FOR I=1 TO 7:READ U:W(I)=U:NEXT I
150 PRINT:INPUT "Frequence=";F
155 PRINT:INPUT"Valeur de RB:";RB
160 CLS:PRINT"            F= ";F;" Hz":PRINT
165 PRINT"          RB= ";RB;" OHMS":PRINT
180 K=1:P=1
190 FOR N=2 TO 5
200 FOR I=1 TO 13
210 R(K)=V(I)*10^N
220 K=K+1
230 NEXT I:NEXT N
240 FOR K=1 TO 52
250 C=1.44/(F*(R(K)+2*RB)):D=C:IF C<0.000000001 OR C>0.001 THEN 340
260 N=0
270 D=D*10:N=N+1
280 IF D>=1 THEN 290 ELSE 270
290 FOR A=1 TO 7
300 IF D<1.05*W(A) AND D>0.95*W(A) THEN 320
310 NEXT A:GOTO 340
320 PRINT:PRINT"RA=";R(K) TAB(12) "OHMS" TAB (17) "C=";W(A) TAB(24) "*
10^";6-N;"micro-F."
340 NEXT k
350 GOTO 350
360 DATA 1,1.2,1.5,1.8,2.2,2.7,3.3,3.9,4.7,5.6,6.8,8.2,10
370 DATA 1,1.5,2.2,3.3,4.7,6.8,10
```

```
  Ce programme calcule les valeurs
normalisees des composants R et C
correspondant a la formule
f=1.44/(RA+2*RB)C.
RA etant pris dans la serie E12 et C
dans la serie E6,
F et RB etant donnees.
Frequence=? 11500
Valeur de RB:? 10000



           F=   11500  Hz
          RB=   10000  OHMS

RA= 5600   OHMS C= 4.7 *10↑-3 micro-F.
```

CONNAISSEZ-VOUS NOS REVUES ?

AMSTAR
Standard Amstrad. La revue des jeunes . 8,50 F

CPC
Revue du standard Amstrad et Schneider . 19 F

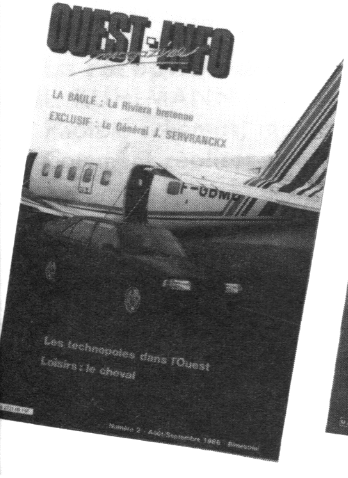
MEGAHERTZ MAGAZINE
Revue européenne d'ondes courtes . . . . .18 F

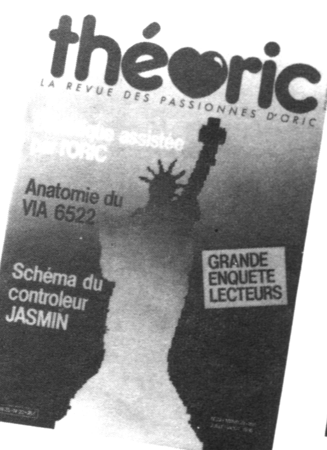
THEORIC
La revue des passionnés d'ORIC . . . . . 25 F

OUEST INFO MAGAZINE . . . . 15 F



1 numéro de presse sur simple commande aux Editions SORACOM, La Haie de Pan, 35170 BRUZ







Dans la même collection

L'Univers du PCW
P. LEON . . . . 119 F

Programmes utilitaires pour Amstrad
M. ARCHAMBAULT . . . . 85 F

Communiquez avec AMSTRAD
D. BONOMO et E. DUTERTRE . . . . 90 F

Mieux programmer sur Amstrad
M. ARCHAMBAULT . . . . 85 F

Jouez avec AMSTRAD
KERLOCH . . . . 48 F

TECHNIQUE

Propagation des ondes, Tome 1
S. CANNIVENC, F8SH
Un univers à découvrir . . . . 165 F

Propagation des ondes, Tome 2
S. CANNIVENC, F8SH
Cet ouvrage, encore plus important, traite
de tous les modes de propagation en UHF . . . . 253 F

Technique de la BLU - 2e Edition
G. RICAUD, F6CER
Approche pratique de la BLU . . . . 95 F

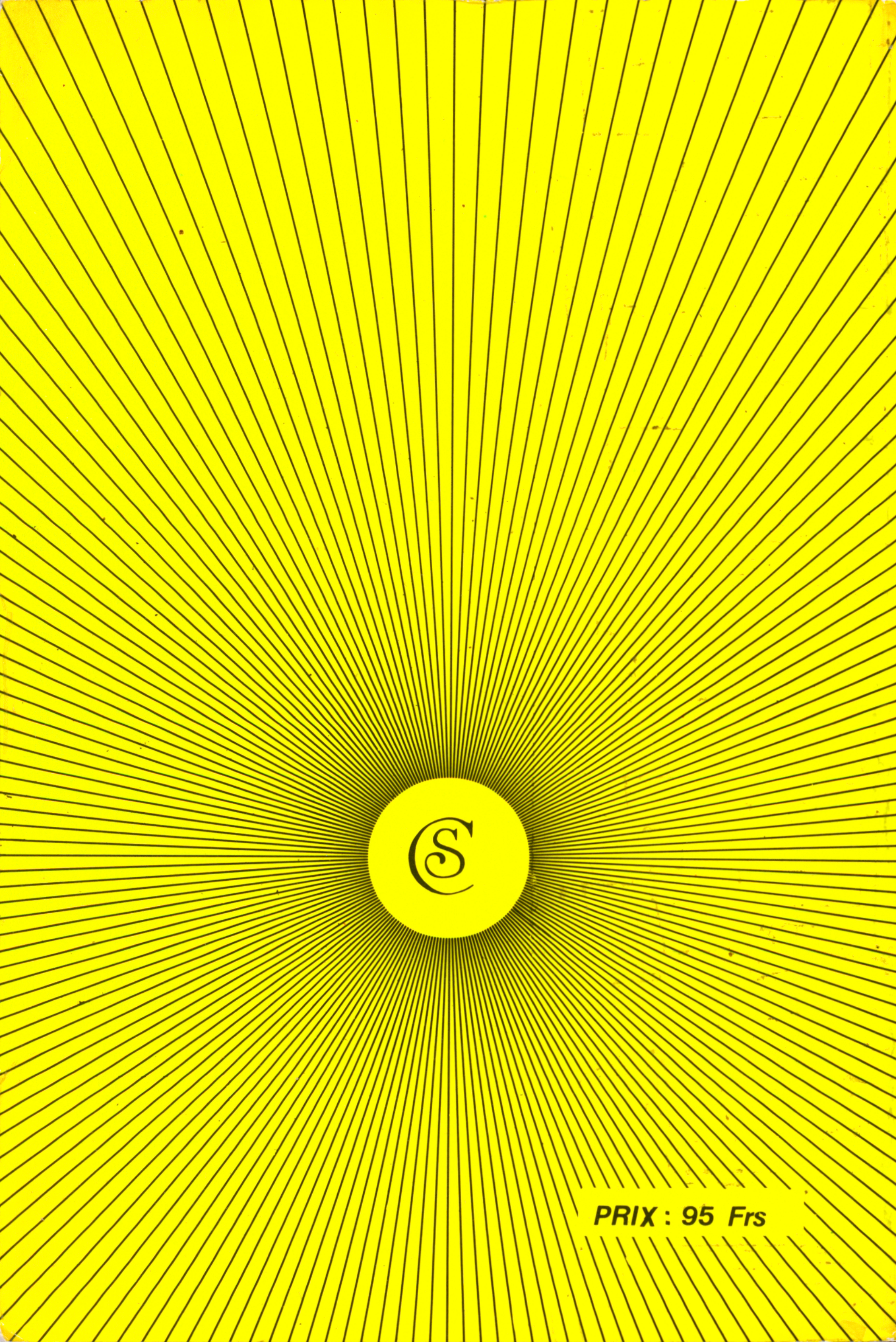
La réception des satellites météo
L. KUHLMANN
Photos, schémas, montages.
Comment réaliser une station . . . . 145 F

Commande à envoyer à Editions SORACOM, La Haie de Pan, 35170 BRUZ (+10 % de port).

Composition : FIDELTEX
Maquette : SORACOM
Impression : JOUVE - Mayenne
N° d'Editeur : 052
N° 16313. Dépôt légal : Septembre 1986

« La loi du 11 mars 1957 n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part que « les copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants-droit ou ayants-cause, est illicite » (alinéa premier de l'article 40). Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 du Code Pénal. »

© Editions SORACOM
ISBN 2 904032-41-X


CS
PRIX : 95 Frs

APPRENEZ L'ELECTRONIQUE SUR AMSTRAD



Document numérisé avec amour par

AMSTRAD CPC

MÉMOIRE ÉCRITE



https://acpc.me/